

УДК:681.5

DOI: 10.53816/20753608_2021_3_50

КОНФЛИКТНАЯ ЗАДАЧА «СБЛИЖЕНИЯ-УКЛОНЕНИЯ» С УЧЕТОМ
НЕТОЧНОСТИ ЗАДАНИЯ ПАРАМЕТРОВ МАНЕВРИРУЮЩЕЙ ЦЕЛИ

CONFLICT PROBLEM OF «APPROACH-EVASION» TAKING INTO ACCOUNT THE
INACCURACY OF SETTING THE PARAMETERS OF THE MANEUVERING TARGET

Чл.-корр. РАРАН О.А. Толпегин, Т.Ю. Лемешонок, Ю.В. Коноплев

БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова

O.A. Tolpegin, T.Yu. Lemeshonok, Yu.V. Konoplev

Рассмотрено решение задачи наведения преследователя на маневрирующую цель с учетом неточности задания параметров маневрирующей цели. Задача рассматривается как антагонистическая дифференциальная игра, для решения которой используются области достижимости преследователя и цели.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, антагонистическая дифференциальная игра, области достижимости, ошибки задания параметров маневрирующей цели.

The solution to the problem of aiming a pursuer at a maneuvering target is considered, taking into account the inaccuracy of setting the parameters of the maneuvering target. The problem is considered as an antagonistic differential game, for the solution of which the attainability domains of the pursuer and the goal are used.

Keywords: unmanned aerial vehicle, antagonistic differential game, reachability regions, errors in setting the parameters of a maneuvering target.

Постановка задачи

Движение преследователя (ПР) и маневрирующей цели (МЦ) в вертикальной плоскости определяется векторным дифференциальным уравнением:

$$\frac{dz_i}{dt} = f_i(z_i(t), \alpha_i(t)), \quad (1)$$

где

$$z_i = \begin{bmatrix} y_i \\ x_i \\ V_i \\ \theta_i \end{bmatrix}; \quad f_i = \begin{bmatrix} V_i \sin \theta_i \\ V_i \cos \theta_i \\ -(C_{x0i} + A_i \alpha_i^2) q_i S_i / m_i - g \sin \theta_i \\ C_{yi}^a \alpha_i q_i S_i / (m_i V_i) - g \cos \theta_i / V_i \end{bmatrix}.$$

Здесь y, x — координаты центра масс в неподвижной системе координат; V — скорость; θ — угол наклона вектора скорости; C_{x0i}, A, C_y^a — безразмерные аэродинамические коэффициенты; S — площадь миделя; m — масса; q — скоростной напор.

В (1) индекс $i = 1$ соответствует ПР, индекс $i = 2$ — МЦ.

Управлениями являются углы атаки, которые удовлетворяют ограничениям:

$$|\alpha_i(t)| \leq \alpha_{im}(t), \quad (2)$$

где $\alpha_{im}(t) = \min \{ \alpha_{id}, (n_{yid} m_i g) / (C_{yi}^a q_i S_i) \}$. Здесь $\alpha_{id} = \text{const}$ — допустимый угол атаки, $n_{yid} = \text{const}$ — допустимая нормальная составляющая перегрузки.

Пусть при выборе управления ПР в каждый момент времени t известен вектор $\mathbf{z}_1(t)$, а также вектор $\mathbf{z}_2(t)$, но не известны точные значения параметров математической модели МЦ: C_{x02} , A_2 , C_{y2}^α , S_2 , m_2 .

Для уменьшения числа не точно известных параметров МЦ уравнения для скорости и угла наклона вектора скорости МЦ запишем через проекции вектора перегрузки:

$$\begin{aligned} \frac{dV_2}{dt} &= g[n_{x2}(\alpha_2(t)) - \sin \theta_2]; \\ \frac{d\theta_2}{dt} &= \frac{g}{V_2}[n_{y2}(\alpha_2(t)) - \cos \theta_2], \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} n_{x2}(\alpha_2(t)) &= -(C_{x02} + A_2 \alpha_2^2(t))q_2 S_2 / (m_2 g), \\ n_{y2}(\alpha_2(t)) &= C_{y2}^\alpha \alpha_2(t) q_2 S_2 / (m_2 g). \end{aligned} \quad (4)$$

В этом случае, ошибки задания параметров МЦ можно свести только к ошибкам задания $n_{x2}(\alpha_2(t))$ и $n_{y2}(\alpha_2(t))$.

Неточность параметров математической модели МЦ будем задавать в виде:

$$\begin{aligned} [n_{x2}(\alpha_2(t))]_{\text{mod}} &= n_{x2}(\alpha_2(t))k_x, \\ [n_{y2}(\alpha_2(t))]_{\text{mod}} &= n_{y2}(\alpha_2(t))k_y \end{aligned} \quad (5)$$

и будем исследовать влияние коэффициентов k_x и k_y на точность решения задачи сближения при различных маневрах цели.

Коэффициенты k_x и k_y будем изменять в диапазоне:

$$k_{\min} \leq k_x \leq k_{\max}; \quad k_{\min} \leq k_y \leq k_{\max}. \quad (6)$$

Заданы начальные условия:

$$t = t_0, \quad z_1(t_0) = z_{10}, \quad z_2(t_0) = z_{20}.$$

Требуется определить управление ПР, обеспечивающее минимум функционала

$$J = \sqrt{[y_2(\vartheta) - y_1(\vartheta)]^2 + [x_2(\vartheta) - x_1(\vartheta)]^2}. \quad (7)$$

Момент ϑ определяется в процессе сближения, причем $\vartheta \leq T$, где T — максимальное время окончания сближения.

Для получения гарантированного результата будем предполагать, что управление МЦ выби-

рается из условия максимума критерия (7), тогда задачу (1)–(7) можно рассматривать как антагонистическую дифференциальную игру с неполной информацией о параметрах математической модели МЦ.

Решение задачи

Методы решения антагонистических дифференциальных игр рассмотрены в работах [1–8].

Пусть первый игрок выбирает управление ПР, а второй игрок действует в интересах МЦ.

Для решения поставленной игровой задачи используем модификацию алгоритма, рассмотренного в [9].

Алгоритм основан на расчете областей достижимости (ОД) игроков [4–6] и имеет следующие особенности:

- управление ПР выбирается в дискретные моменты времени t_0 , $t_1 = t_0 + \Delta t$, $t_2 = t_1 + \Delta t$ и т.д. до минимального расстояния между ПР и МЦ, если момент окончания сближения $\vartheta \leq T$, или до расстояния между ПР и МЦ в момент времени $t = T$;

- движение МЦ может происходить по какой-либо программе, неизвестной ПР, или выбираться в дискретные моменты времени на основе информации о состоянии ПР и МЦ в моменты вычисления управления;

- области достижимости ПР и МЦ в вертикальной плоскости строятся приближенно по опорным точкам, расположенным на границе ОД (рис. 1): точка 1 соответствует движению ПР

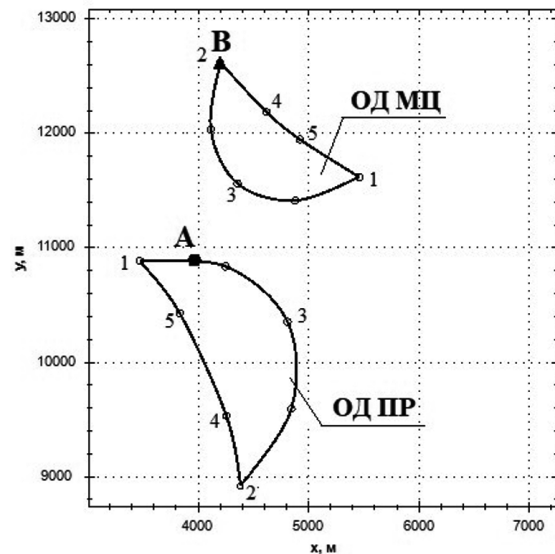


Рис. 1. Области достижимости ПР и МЦ

и МЦ с максимальным положительным углом атаки; точка 2 соответствует движению ПР и МЦ с максимально отрицательным углом атаки; точка 3 соответствует движению ПР и МЦ — с балансирующим углом атаки $\alpha_{\text{бальс}}(t)$, при котором происходит прямолинейное движение с $\theta_i(t) = \text{const}$. Границы ОД аппроксимируются дугами окружности. Вогнутая часть границы ОД используется только для оценки габаритных размеров ОД и строится по четырем точкам: используются две угловые точки 1 и 2 и точки 4 и 5, для вычисления которых используются программы управления с максимальным управлением и одним моментом переключения знака управления [11, раздел 3.3].

Модификация алгоритма состоит в том, что при расчете ОД МЦ используются значения проекции вектора перегрузки при различных значениях k_x и k_y из допустимого диапазона их изменения (6), которые влияют на геометрические размеры ОД МЦ.

Дифференциально-игровой алгоритм вычисления управления ПР в позиции $\{t_*, z_1(t_*), z_2(t_*)\}$ с учетом ошибок задания параметров движения МЦ состоит из следующих основных шагов.

1. Расчет в вертикальной плоскости для дискретного ряда гипотетических моментов времени встречи $\tilde{\Theta}$ областей достижимости ПР из позиции $\{t_*, z_1(t_*)\}$ и МЦ из позиции $\{t_*, z_2(t_*)\}$ с заданными коэффициентами k_x и k_y .

2. Для каждого заданного гипотетического момента встречи $\tilde{\Theta}$ ($\tilde{\Theta} > t_*$) определяется точка границы ОД МЦ, наиболее удаленная от ОД ПР (точка В, рис. 1), вычисляется расстояние $r(\tilde{\Theta})$ от этой точки до ОД ПР (расстояние АВ, рис. 1) и записывается в память БЦВМ.

3. В качестве оптимального гипотетического момента времени встречи Θ_* принимается тот момент времени, для которого $r(\tilde{\Theta})$ принимает наименьшее значение.

4. По взаимному положению ОД ПР и МЦ в момент времени Θ_* определяется управление ПР в позиции $\{t_*, z_1(t_*), z_2(t_*)\}$.

Например: если в позиции $\{t_*, z_1(t_*), z_2(t_*)\}$ движение ПР должно происходить в точку 1 ОД ПР, то оптимальный сигнал управления ПР

$$\alpha_1(t_*, z_1(t_*), z_2(t_*)) = +\alpha_{1M}(t_*),$$

если движение ПР должно происходить в точку 2 ОД ПР, тогда оптимальный сигнал управления

$$\alpha_1(t_*, z_1(t_*), z_2(t_*)) = -\alpha_{1M}(t_*),$$

если движению ПР должно происходить в точку 3 ОД ПР, то оптимальный сигнал управления

$$\alpha_1(t_*, z_1(t_*), z_2(t_*)) = \alpha_{1\text{бал}}(t_*).$$

Приведем результаты решения конфликтной задачи «сближения-уклонения» для различных гипотетических моделей ПР и МЦ.

В табл. 1 представлены результаты моделирования точности наведения для гипотетических моделей ПР на МЦ, параметры которых имели следующие значения [10, стр. 227]: $C_{x01} = 0,25$; $A_1 = 16$; $C_{y1}^\alpha = 9$; $m_1 = 400$ кг; $S_1 = 0,15$ м; $C_{x02} = 0,35$; $A_2 = 6$; $C_{y2}^\alpha = 3,5$; $m_2 = 500$ кг; $S_2 = 0,20$ м; $\alpha_{1д} = \alpha_{2д} = 25^\circ$; $n_{1д} = n_{2д} = 20$. В данном случае ОД ПР превышает геометрические размеры ОД МЦ.

В табл. 2 параметры ПР и МЦ имели следующие значения: $C_{x01} = 0,35$; $A_1 = 4$; $C_{y1}^\alpha = 2,5$; $m_1 = 500$ кг; $S_1 = 0,20$ м; $C_{x02} = 0,35$; $A_2 = 6$; $C_{y2}^\alpha = 3,5$; $m_2 = 500$ кг; $S_2 = 0,20$ м; $\alpha_{1д} = \alpha_{2д} = 25^\circ$; $n_{1д} = n_{2д} = 20$. При данных параметрах ОД ПР и МЦ соизмеримы.

Вычисления проводились при использовании различных значений коэффициентов k_x и k_y .

Управление ПР выбиралось в дискретные моменты времени с шагом $\Delta t = 0,01$ с.

Уравнения движения ПР и МЦ интегрировались методом Рунге-Кутты четвертого порядка с постоянным шагом $h = 0,01$ с.

В табл. 1 и 2: J_1 — промах, полученный при наведении с учетом точных значений параметров МЦ ($k_x = k_y = 1$); J_2 — промах, полученный при использовании $k_x = k_{\min}$, $k_y = k_{\max}$; J_3 — промах, полученный при использовании $k_x = k_{\max}$, $k_y = k_{\max}$; J_4 — промах, полученный при использовании $k_x = k_{\min}$, $k_y = k_{\min}$.

Результаты моделирования показывают:

1) изменение коэффициентов k_x и k_y влияет на размер ОД МЦ.

На рис. 2 показаны ОД МЦ при различных значениях коэффициентов k_x и k_y , построенные при начальных условиях, соответствующих исходным данным табл. 2 для момента времени $\Theta = 4$ с, а на рис. 3 показано взаимное положение

Таблица 1

Результаты моделирования

№ п/п	Начальные условия наведения	Программа движения МЦ	$k_{\min}$	$k_{\max}$	J_1 (м)	J_2 (м)	J_3 (м)	J_4 (м)
1	$t_0 = 0$; $V_1 = 1500$ м/с; $\theta_1 = 0,47$; $y_1 = 8000$ м; $x_1 = 0$ м; $V_2 = 1300$ м/с; $\theta_2 = 4$; $y_2 = 16000$ м; $x_2 = 10000$ м;	$\alpha_2(t) = 0$	0,9	1,1	0	0	0	0
			0,8	1,2		0	0	0
			0,7	1,3		0	0	0
2		$\alpha_2(t) = \begin{cases} 0, & t < 2 \text{ с} \\ 0,4363, & t \geq 2 \text{ с} \end{cases}$	0,9	1,1	9,7	16,7	10,2	2,7
			0,8	1,2		31,2	12,6	2,3
			0,7	1,3		36,5	10,9	0,1
3		$\alpha_2(t) = \begin{cases} -0,4363, & t < 2 \text{ с} \\ +0,4363, & t \geq 2 \text{ с} \end{cases}$	0,9	1,1	0	0,8	0	0
			0,8	1,2		4,9	0	0
			0,7	1,3		35,1	0	0
4		$\alpha_2(t) = 0,4363 \sin(2t)$	0,9	1,1	0	0,3	0	0
			0,8	1,2		0,5	0,1	0
			0,7	1,3		2,3	1,2	0

Таблица 2

Результаты моделирования

№ п/п	Начальные условия наведения	Программа движения МЦ	$k_{\min}$	$k_{\max}$	J_1 (м)	J_2 (м)	J_3 (м)	J_4 (м)
1	$t_0 = 0$; $V_1 = 1300$ м/с; $\theta_1 = 0,47$; $y_1 = 8000$ м; $x_1 = 0$ м; $V_2 = 1300$ м/с; $\theta_2 = 4$; $y_2 = 16000$ м; $x_2 = 8000$ м;	$\alpha_2(t) = 0$	0,9	1,1	0	0	0	0
			0,8	1,2		0	0	0
			0,7	1,3		0	0	0
2		$\alpha_2(t) = \begin{cases} 0, & t < 2 \text{ с} \\ 0,4363, & t \geq 2 \text{ с} \end{cases}$	0,9	1,1	165,9	266,3	201,4	128,1
			0,8	1,2		326,1	236,8	130,9
			0,7	1,3		387,7	294,1	104,6
3		$\alpha_2(t) = \begin{cases} -0,363, & t < 2 \text{ с} \\ +0,4363, & t \geq 2 \text{ с} \end{cases}$	0,9	1,1	39,7	41,0	37,1	35,3
			0,8	1,2		44,0	33,5	29,6
			0,7	1,3		41,7	34,5	32,1
4		$\alpha_2(t) = 0,4363 \sin(2t)$	0,9	1,1	27,6	47,5	29,8	27,9
			0,8	1,2		55,3	44,06	17,7
			0,7	1,3		69,6	41,9	15,9

ОД ПР и МЦ для начальных условий, заданных в табл. 2, для оптимального гипотетического момента времени встречи $\Theta_* = 5,5$ с при $k_x = k_y = 1$;

2) если геометрические размеры ОД МЦ меньше геометрических размеров ОД ПР, то ошибка задания параметров МЦ мало влияет на точность наведения (табл. 1);

3) если геометрические размеры ОД МЦ соизмеримы с ОД ПР, то ошибки задания пара-

метров МЦ оказывают большее влияние на точность наведения (табл. 2);

4) по результатам моделирования можно определить значения коэффициентов k_x и k_y , при которых точность наведения получается наибольшая. Так для данных табл. 1 и 2 лучшие результаты по точности наведения получаются при $k_x = k_{\min}$ и $k_y = k_{\min}$ (см. значение J_4 в табл. 1 и 2).

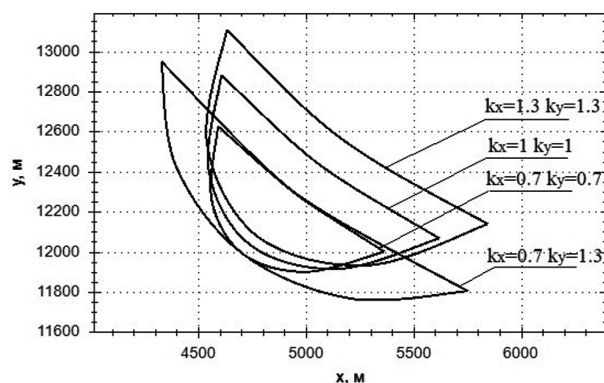


Рис. 2. ОД МЦ при различных значениях коэффициентов k_x и k_y

Заключение

Следовательно, оценить влияние неточности задания параметров маневрирующей цели при решении конфликтной задачи «сближения-уклонения» можно на основе расчета областей достижимости преследователя и маневрирующей цели, и анализа точности наведения при различных сочетаниях коэффициентов k_x и k_y .

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-38-90284/20.

Литература

1. Айзекс Р. Дифференциальные игры. — М.: Мир. 1967. 480 с.
2. Понтрягин Л.С. О линейных дифференциальных играх. 1. — М.: Доклады АН СССР. 1967. Т. 174. № 6. С. 1278–1280.
3. Понтрягин Л.С. О линейных дифференциальных играх. 2. — М.: Доклады АН СССР. 1967. Т. 175. № 4. С. 764–766.
4. Красовский Н.Н. Теория управления движением. — М.: Наука. 1968. 476 с.

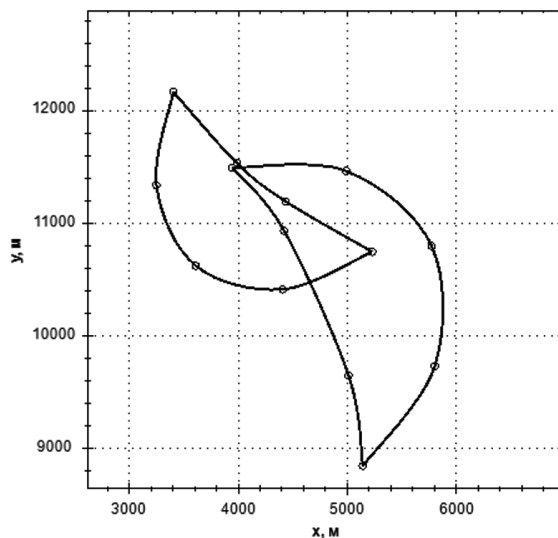


Рис. 3. Взаимное положение ОД ПР и МЦ для оптимального гипотетического момента времени встречи

5. Красовский Н.Н. Игровые задачи о встрече движений. — М.: Наука. 1970. 420 с.
6. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. — М.: Наука. 1974. 455 с.
7. Пшеничный Б.Н. О линейных дифференциальных играх // Кибернетика. 1968. № 1. С. 47–53.
8. Петросян Л.А. Дифференциальные игры преследования. — Л.: ЛГУ. 1977. 224 с.
9. Толпегин О.А. Дифференциально-игровые методы управления движением беспилотных летательных аппаратов. — СПб: БГТУ. 2009. 244 с.
10. Шалыгин А.С., Лысенко Л.Н., Толпегин О.А. Методы моделирования ситуационного управления движением беспилотных летательных аппаратов: учебное пособие. — М.: Машиностроение. 2012. 584 с.
11. Толпегин О.А. Области достижимости летательных аппаратов: учебное пособие. — СПб: Балт. гос. техн. ун-т. 2013. 141 с.