

**МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ  
ЭФФЕКТИВНОСТИ АВИАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСОВ**

**METHODOLOGY FOR DETERMINING  
THE AIRCRAFT SPATIAL PERFORMANCE CHARACTERISTICS**

*О.Н. Корсун<sup>1</sup>, С.В. Николаев<sup>2</sup>, А.В. Стуловский<sup>2</sup>, чл.-корр. РАРАН В.А. Нестеров<sup>3</sup>, К.И. Сыпало<sup>4</sup>*

*<sup>1</sup>ГосНИИАС, <sup>2</sup>ГЛИЦ им. В.П. Чкалова, <sup>3</sup>МАИ, <sup>4</sup>ЦАГИ им. проф. Н.Е. Жуковского*

*O.N. Korsun, S.V. Nikolaev, A.V. Stulovsky, V.A. Nesterov, K.I. Syvalo*

В статье рассмотрена методика расчета границ зоны выхода летательного аппарата в заданную точку на основе прямого метода оптимального управления и популяционного алгоритма оптимизации. Методика позволяет решать ряд задач разработки и испытаний авиационной техники, в частности, расчет границ областей, характеризующих пространственные показатели эффективности авиационных комплексов. На конкретном примере показан подход к расчету таких областей для конкретной функциональной задачи — атаки наземной цели. Рассмотрены порядок проведения вычислений, а также форма представления и анализ результатов.

**Ключевые слова:** оптимальное управление, испытания авиационных комплексов, моделирование, метод роя частиц, сплайн-аппроксимация.

The article discusses a technique for calculating the boundaries of the aircraft approach zone to a preset point on the basis of a direct method of optimal control and a population optimization algorithm. The technique enables to solve a number of problems in the development and testing of aircrafts, in particular, the calculation of the boundaries of areas that characterize the spatial indicators of aviation complexes. An example shows an approach to calculating such areas for a specific functional task — attacking a ground target. The order of carrying out the calculations, as well as the form of presentation and analysis of the results are considered.

**Keywords:** optimal control, testing of aircraft system, modeling, particle swarm method, spline approximation.

**Введение**

Пространственные показатели эффективности авиационных комплексов играют ключевую роль при создании и эксплуатации авиационной техники [1–3]. К пространственным показателям эффективности авиационных комплексов в задаче атаки наземной цели традиционно относятся область возможного применения (ОВП) и область возможных атак (ОВА). Согласно определению, ОВП — это та область пространства, из которой возможно применение авиационных средств поражения (АСП). Границы этой

области определяются характеристиками АСП, а также самолета и его бортовых систем. Пространственные показатели существенно зависят от конкретной функциональной задачи, поэтому дальнейшее изложение проведем на примере атаки наземной цели неуправляемыми АСП типа авиационных ракет и пушечной установки. Для определения границ ОВП в практике испытаний авиационных комплексов [4, 5] получены методики, основанные на расчете и полунатурном моделировании с последующим подтверждением некоторых точек рассчитанной области в натурных экспериментах. В качестве ОВА

в рассматриваемой задаче обычно принимается область пространства, из которой осуществляется переход в ОВП, поскольку в ней завершено выполнение всех подготовительных операций для применения АСП, включая прицеливание. В существующем подходе имеется ряд неточностей, которые предлагается устранить следующим образом.

### Общая структура пространственных показателей

Предлагаемые изменения направлены на более четкое структурирование пространственных показателей и на придание каждой пространственной области конкретного логического смысла. Во-первых, предлагается для процесса прицеливания, имеющего свои особенности, определяемые возможностями пилота и характеристиками оптической прицельной системы (ОПС), сформировать отдельную область прицеливания (ОПР). Тогда ОПР — это область, непосредственно примыкающая к ОВП, в которой начинается и завершается прицеливание. Во-вторых, для ОВА предлагается следующее определение — это область, из любой точки которой можно выйти в любую точку ОПР для заданных начальной и конечной скоростей полета. Таким образом, ОВА связана с процессом дальнего наведения на цель, а ОПР — непосредственно с прицеливанием вблизи цели.

В общем виде ОВП, ОПР, ОВА для неуправляемых АСП показаны на рис. 1.

На рис. 1 цифрами обозначены: 1 — ближняя граница ОВП; 2 — дальняя граница ОВП; 3 — верхние границы ОВП и ОПР; 4 — нижние границы ОВП и ОПР; 5 — граница ОПР по высоте; 6 — ближняя граница ОПР; 7 — дальняя граница ОПР; 8 — ближняя граница ОВА, 9 — верхняя граница ОВА; 10 — нижняя граница ОВА, 11 — дальняя граница ОВА.

Ближняя граница ОВП определяется из условий непоражения осколками собственных АСП. Дальняя граница ОВП ограничивается дальностью действия АСП. Верхние и нижние границы ОВП обусловлены разрешенными для данного вида АСП минимальным и максимальным углами пикирования — наклон линий определяет угол пикирования. Ближняя граница ОПР обусловлена минимальной дальностью работы ОПС. Кроме того, ближняя граница ОПР ограничивается временем, необходимым для прицеливания. Граница ОПР по высоте представляет собой ограничение по максимальной высоте обнаружения цели ОПС. Дальняя граница ОПР ограничивается максимальной дальностью обнаружения ОПС. Аналогично дальняя граница ОВА определяется возможностями летательного аппарата по обнаружению цели.

Большинство границ областей, представленных на рис. 1, определяется путем несложных инженерных расчетов на основании предельных углов пикирования, минимальной высоты ввода в пикирование, дальности действия АСП, предельных высоте и дальности работы ОПС и других характеристик авиационного комплекса, прицельного оборудования и применяемых средств

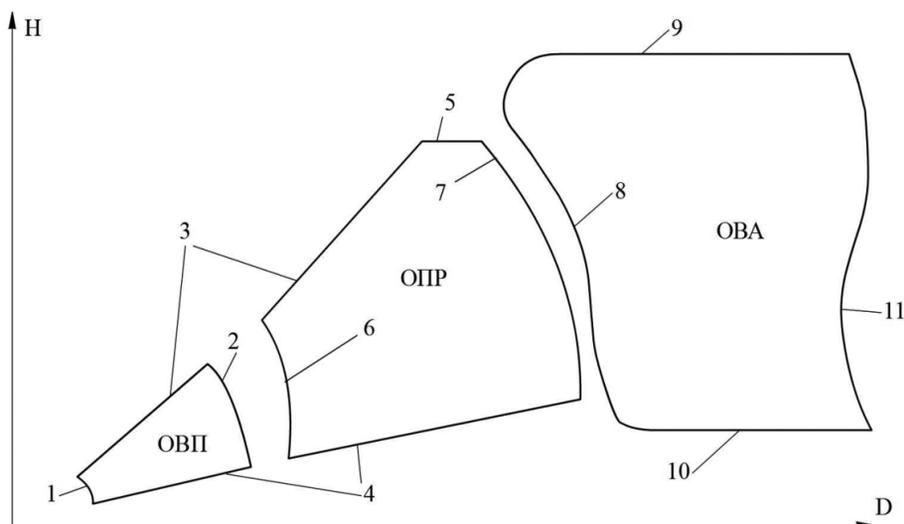


Рис. 1. Общий вид ОВП, ОПР, ОВА для неуправляемых АСП



$$x_3 = D_{\Gamma_{\text{бол.гр.}}},$$

где  $A_x$  — относ. АСП;  $\theta$  — угол наклона траектории;  $H_{\text{п.с.}}$  — высота полета самолета;  $D_{\Gamma_{\text{нач.выв.}}}$  — горизонтальная дальность до цели, соответствующая началу вывода из атаки;  $R_{\text{ман}}$  — радиус маневра вывода;  $R_{\text{оск.}}$  — радиус разлета осколков,  $D_{\Gamma_{\text{с.у.}}}$  — горизонтальная дальность до цели, соответствующая срабатыванию бортового алгоритма «увод от АСП»;  $D_{\Gamma_{\text{бол.гр.}}}$  — горизонтальная дальность до цели, соответствующая точке ближней границы ОВП;  $V$  — скорость полета самолета;  $t_p$  — расчетное время схода АСП;  $n$  — количество АСП при последовательном сходе, при залпе в формуле принимается  $n = 1$ .

### Определение границ ОВА на основе оптимального управления

Для известной ОПР строится ближняя граница ОВА по предлагаемой ниже методике, основанной на применении оптимального управления. Для каждой характерной точки, определяющей контуры ОПР, решается задача выхода летательного аппарата в эту точку и определение границ зоны, из которой этот выход возможен.

Для описания пространственного движения целесообразно использовать систему дифференциальных уравнений [6, 7], полученную в предположении о равенстве угла скольжения нулю, которая включает в себя следующие уравнения

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} &= \omega_z - \frac{qS}{mV(t)} c_{ye}(\alpha) - \frac{P_x}{mV(t)} \sin \alpha(t) + \\ &+ \frac{g}{V(t)} (\sin \alpha(t) \sin \vartheta(t) + \cos \alpha(t) \cos \vartheta(t) \cos \gamma(t)); \\ \dot{V} &= -\frac{qS}{m} c_{xe}(\alpha) + \frac{P_x}{m} \cos \alpha(t) + \\ &+ g(-\cos \alpha(t) \sin \vartheta(t) + \\ &+ \sin \alpha(t) \cos \vartheta(t) \cos \gamma(t)); \\ \dot{H} &= V(t)(\cos \alpha(t) \sin \vartheta(t) - \\ &- \sin \alpha(t) \cos \vartheta(t) \cos \gamma(t)); \\ \dot{\psi} &= \frac{1}{\cos \vartheta(t)} \omega_z \sin \gamma(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\alpha$  — угол атаки, рад;

$\omega_z$  — угловая скорость относительно поперечной оси  $Oz$ , рад/с;

$\vartheta, \gamma, \psi$  — углы тангажа, крена и рыскания, рад;

$V$  — истинная воздушная скорость, м/с;

$H$  — высота полета, м;

$c_{xe}(\alpha)$  — коэффициент силы сопротивления в полусвязанной системе координат;

$c_{ye}(\alpha)$  — коэффициент подъемной силы в полусвязанной системе координат;

$m$  — масса самолета, кг;

$S$  — эквивалентная площадь крыла, м<sup>2</sup>;

$q = \rho_H V^2 / 2$  — скоростной напор, Па;

$\rho_H$  — плотность воздуха на высоте полета, кг/м<sup>3</sup>;

$g$  — ускорение силы тяжести, м/с<sup>2</sup>;

$P_x$  — проекция силы тяги двигателей на продольную ось, Н.

Ограничение задачи только вертикальной плоскостью позволяет еще больше упростить систему (1). Положив углы крена и рыскания равными нулю, можно получить следующую математическую модель, состоящую только из уравнений для угла атаки, высоты и скорости

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} &= \dot{\vartheta} - \frac{qS}{mV(t)} c_{ye}(\alpha) - \\ &- \frac{P_x}{mV(t)} \sin \alpha(t) + \frac{g}{V(t)} (\sin \alpha(t) \sin \vartheta(t) + \\ &+ \cos \alpha(t) \cos \vartheta(t)); \\ \dot{V} &= -\frac{qS}{m} c_{xe}(\alpha) + \frac{P_x}{m} \cos \alpha(t) + \\ &+ g(-\cos \alpha(t) \sin \vartheta(t) + \sin \alpha(t) \cos \vartheta(t)); \\ \dot{H} &= V(t)(\cos \alpha(t) \sin \vartheta(t) - \sin \alpha(t) \cos \vartheta(t)). \end{aligned} \quad (2)$$

В рамках рассматриваемой задачи вполне можно ограничиться системой (2), состоящей из трех уравнений. Для ее использования требуется только знание аэродинамических коэффициентов  $c_{xe}$  и  $c_{ye}$ . В качестве управляющих сигналов для рассматриваемой системы были выбраны угол тангажа  $\vartheta$  и проекция силы тяги  $P_x$ .

Для нахождения оптимального управления предлагается использовать прямой метод [6, 8], что обусловлено простотой его применения. При этом надо отметить, что получаемые результаты оказываются эквивалентны решениям, получен-

ным с помощью двухточечной краевой задачи, подтверждение чего можно найти, в частности, в [8, 9]. Управляющие сигналы ищем в виде сплайнов в функции времени [10].

В рассматриваемой задаче в качестве целевого был принят функционал, состоящий из суммы квадратов рассогласования, включающий в себя желаемые значения скорости и высоты:

$$F(x, u, t) = \sum_{i=0}^N (k_1 (V(t_i) - \tilde{V}(t_i))^2 + k_2 (H(t_i) - \tilde{H}(t_i))^2), \quad (3)$$

где  $k_1, k_2$  — весовые коэффициенты;  $\tilde{V}, \tilde{H}$  — желаемые значения скорости и высоты;  $t_0, t_N = T$  — время начала и конца участка соответственно.

Для численного решения оптимизационной задачи целесообразно применять генетические или популяционные алгоритмы, особенно если размерность полученного пространства превышает 20–30. В данной работе выбран метод роя частиц [11, 12].

Пусть рассматривается задача локальной условной оптимизации

$$\min F(x) = F(\tilde{x}) = \tilde{F}.$$

Начальные координаты  $x_i^j, i=1, k, j=1, m$  частиц задаются случайным равномерным распределением в пределах заданных границ  $[-q; q]$ . Аналогично каждой частице придается скорость  $v_i$  по правилу

$$v_i^j = 0,5(R(l_j^b, u_j^b) - R(l_j^b, u_j^b)),$$

где  $R(l_j^b, u_j^b)$  — равномерно распределенная на отрезке  $[l_j^b, u_j^b]$  случайная величина.

Далее алгоритм вычисляет значение целевой функции для каждой частицы и записывает её текущее положение в соответствующий вектор  $\mathbf{p}_i$ . Определяется  $b = \min F(\mathbf{p}_i)$  и вектор координат  $\mathbf{d}$  — такой, что  $F(\mathbf{d}) = b$ .

Итак, предлагаемый метод заключается в прямой минимизации функционала (3) с учетом модели объекта (2), для чего выполняется параметризация управлений в виде Эрмитова сплайна 3 порядка [10]. Полученная в результате задача многомерной однокритериальной параметрической оптимизации решается с помощью

одного из популяционных алгоритмов оптимизации — метода роя частиц.

### Результаты расчета границ ОВА на основе оптимального управления

Рассмотрим в качестве примера варианты расчета ближних границ ОВА для условия выхода в характерную точку ОПР для конечной приборной скорости 500 км/ч при начальной приборной скорости 430 км/ч, ограничение по тяге двигателя соответствует режиму «Максимал».

На рис. 3 многоугольник с вершинами 1–5 обозначает область ОВП, которой соответствует область ОПР, представленная характерными точками 1”–5”. Для каждой точки ОПР рассчитаны ближние границы ОВА, также показанные на рисунке. На рис. 3 цель расположена в начале системы координат.

Поясним смысл ближней границы ОВА, вычисленной для отдельной точки. Например, для точки 1”, координата которой по оси абсцисс (дальность до цели) равна 5000 м, граница представлена линией с маркерами в виде треугольника и легендой «Точка 1». Для высоты 1000 м граница проходит на дальности 16000 м. Это означает, что если начать маневр на высоте 1000 м с начальной приборной скоростью 430 км/час, то для выхода в точку 1”, высота которой 3400 м, с приборной скоростью 500 км/ч, при режиме работы двигателя не более «Максимал», необходимо пролететь 11000 м по дальности или более. Это расстояние необходимо для разгона и набора высоты. Применение при расчете оптимального управления гарантирует, что для меньших дальностей такой маневр реализовать невозможно. Аналогично, для выхода с высоты 1000 м в точку 4”, которая имеет дальность 7000 м и высоту 5230 м, минимальная дальность начала маневра относительно цели 25000, то есть необходимо пролететь не менее 18 км. Из рис. 4 видно, что для маневра на снижение также требуется запас по расстоянию. Например, для точки 5”, находящейся на высоте 1500 м, граница для высоты 5000 м удалена от точки 5” на 6000 м.

На рис. 4 представлены траектории набора высоты, сформированные алгоритмом оптимизации при построении границы для точки 4”. На рис. 5 показаны соответствующие скорости полета. Отметим, что траектории набора высо-

ты достаточно очевидны, в то время как оптимизированные законы изменения скорости имеют более сложный вид, зависящий от начальной высоты. На рис. 5 показаны значения истинной воздушной скорости в м/с, которая использовалась в процессе вычислений. На рис. 5 хорошо видно, что начальной приборной скорости 430 км/ч на разных высотах соответствуют разные значения воздушной скорости. Траектории для других характерных точек рассчитывались аналогично.

Рассмотрим теперь построение границы ОВА. Общая граница ОВА по условию выхода в область ОПР, ограниченную характерными точками 1", 2", 3", 4", 5", определяется пересечением областей для характерных точек. Она показана на рис. 6 жирной черной линией. Как видим, область получается достаточно узкой, и ограничение задается верхней точкой 4", для выхода в

которую с малых высот требуется большой запас по расстоянию.

Границы ОВА можно расширить, если внести коррекцию в область ОПР. Назначаем новую область (рис. 7), определенную точками 1", 2", 3" и 5", а также точкой, обозначенной треугольником. Для нее строим ближнюю границу (жирная черная линия), которую получаем переносом вправо границы для точки 1", поскольку точка «треугольник» находится на той же высоте. Тогда ближняя граница ОВА для ОПР, определяемой точками 1", 2", 3", 5" и «треугольник», принимает вид, показанный на рис. 7 штриховой линией.

В результате мы получили более широкую область возможных атак, но взамен мы отказываемся от точки 4", находящейся на относительно большой высоте. Граница уменьшенной ОПР показана жирной черной линией. От исходной

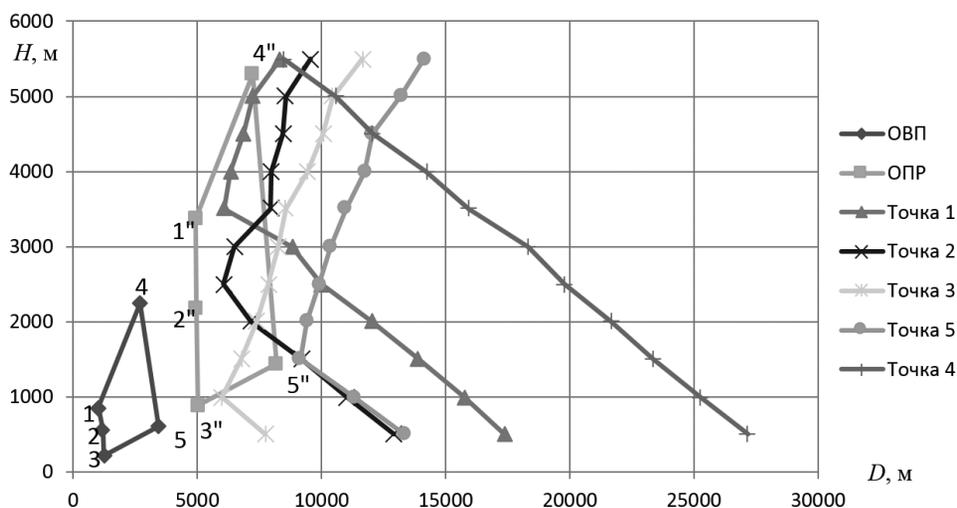


Рис. 3. Результаты построения ближних границ ОВА для заданных характерных точек

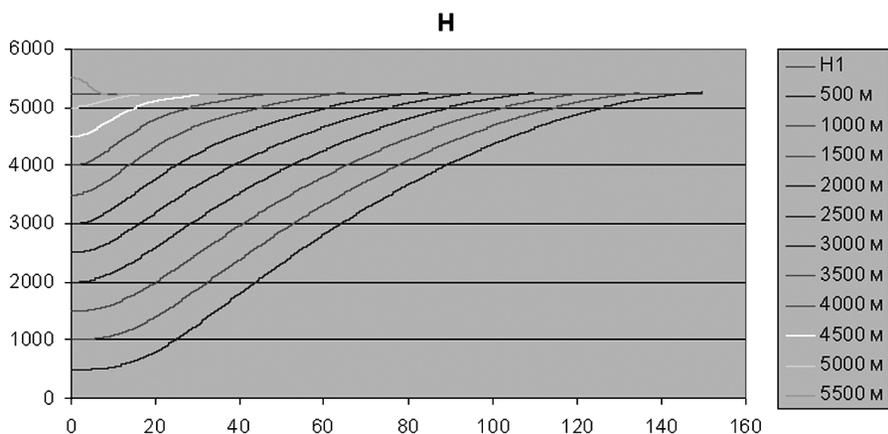


Рис. 4. Изменение высоты в функции времени при выходе в точку 4" (высота 5230 м) с начальных высот 500...5500 м

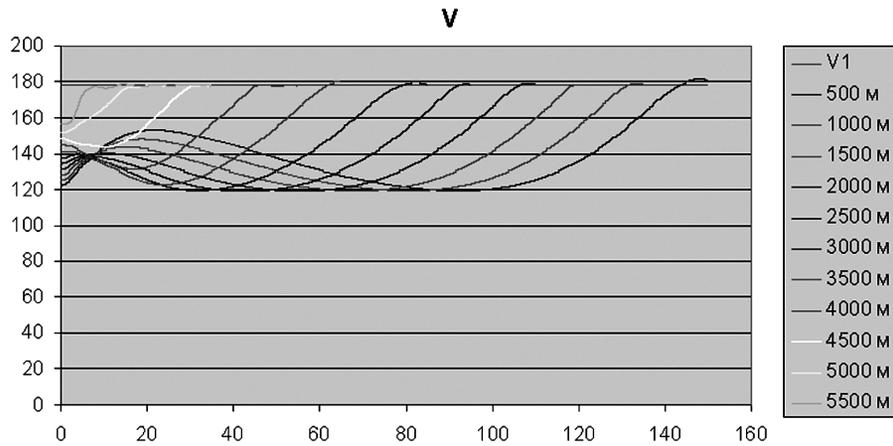


Рис. 5. Изменение скорости в функции времени при выходе в точку 4'' (высота 5230 м) с конечной приборной скоростью 500 км/ч (истинная воздушная скорость 178 м/с) с начальных высот 500...5500 м и начальной приборной скоростью 430 км/ч

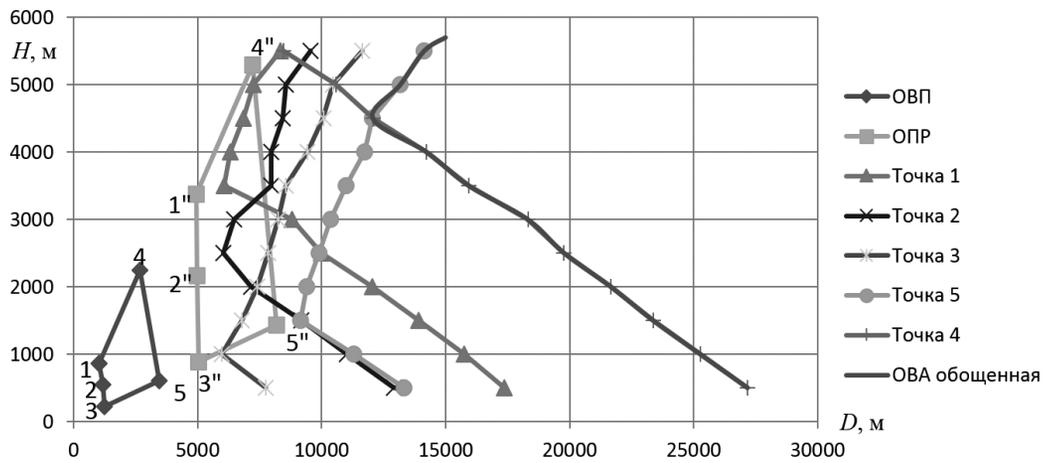


Рис. 6. Общая граница ОВА для заданной ОНР

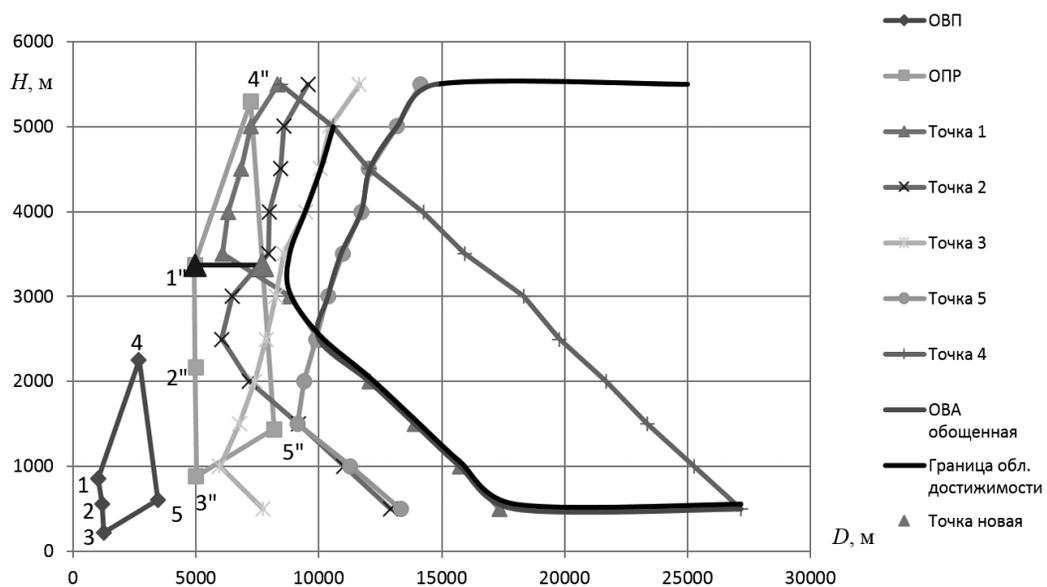


Рис. 7. Вариант расширенной ОВА для скорректированной ОНР

области она отличается тем, что мы отсекали верхнюю часть (1", 4" и точка «треугольник»). Решение о выборе того или иного варианта определяется тактическими соображениями.

### Заключение

В работе представлена методика, позволяющая определять пространственные показатели эффективности авиационных комплексов при атаке наземной цели неуправляемыми АСП. Новизна методики заключается, прежде всего, в расчете ближней границы области возможных атак, для получения которой предлагается использовать прямой метод оптимального управления, в рамках которого сформированы математическая модель объекта управления и целевой функционал. Для определения траекторий, оптимизирующих целевой функционал, используется сплайн-аппроксимация управляющих сигналов в функции времени. Коэффициенты сплайнов находятся в результате решения задачи однокритериальной многопараметрической численной оптимизации, которая решается посредством популяционного алгоритма — метода роя частиц. Приведен пример построения различных вариантов ОВА для заданных условий, а также примеры изменения высоты и скорости полета на оптимизированных траекториях. Полученные результаты могут найти применение также и в других задачах управления и испытаний авиационных комплексов [13, 14].

### Литература

1. Голубев С.И., Малышев В.В., Пиявский С.А., Сыпало К.И. Принятие решений в многокритериальных задачах на этапе обlikового проектирования авиационно-ракетной техники // Известия РАН. Теория и системы управления. 2020. № 2. С. 89–97.
2. Litovka Y.V., Solovjev D.S., Solovjeva I.A., Nesterov V.A., Sypalo K.I. Selecting a single result from an aggregate of contradictory alternatives with use of multiset theory // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2019. V. 58. № 6. P. 915–921.
3. Dutov A.V., Sypalo K.I., Nesterov V.A., Sudakov V.A. Fuzzy preference domains and their use for selecting an electronic flight bag for flight

crews // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2018. V. 57. № 2. P. 230–238.

4. Корсун О.Н., Николаев С.В. Технология моделирования беспилотных летательных аппаратов в целях решения задач испытаний и оценки эффективности. Cloud of Science. 2020. Т. 7. № 2. С. 106–119.

5. Корсун О.Н., Николаев С.В. Современные информационные технологии в задачах оценки эффективности авиационных комплексов // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2018. № 10. С. 39–47.

6. Буковский Г.А., Стуловский А.В. и др. Формирование оптимального управления самолетом на закритических углах атаки на основе популяционного алгоритма оптимизации // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2018. № 6. С. 27–37.

7. Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов / Под ред. Бюшгенса Г.С. / — М.: Наука. Физмалит. 1998. 816 с.

8. Корсун О.Н., Стуловский А.В. Прямой метод формирования оптимального программного управления летательным аппаратом // Известия РАН. Теория и системы управления. 2019. № 2. С. 75–89.

9. Корсун О.Н., Стуловский А.В. Сравнение прямого метода и принципа максимума в задаче формирования программного управления летательным аппаратом // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20. № 6. С. 367–375.

10. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функций. — М.: Наука. 1980. 352 с.

11. Olsson A.E. Particle swarm optimization: theory, techniques and applications. Hauppauge, USA: Nova Science Publishers. 2011. 305 p.

12. Nature-inspired optimizers: Theories, Literature reviews and applications / ed. by S. Mirjalili [et al.]. Switzerland, AG.: Springer Nature, 2020. 239 p.

13. Харьков В.П., Меркулов В.И. Синтез закона управления системы перехвата высокоскоростных высокоманевренных воздушных целей // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2017. Т. 15. № 10. С. 3–8.

14. Молчанов А.С. Методика исследования характеристик разрешения цифровых оптико-электронных систем при проведении летных испытаний // Cloud of Science. 2019. Т. 6. № 4. С. 613–628.