УДК: 355/359 DOI: 10.53816/20753608_2022_1_34

СМЕШАННЫЕ СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДВУХСТОРОННИХ БОЕВЫХ ДЕЙСТВИЙ С ПЕРЕМЕННЫМИ ЭФФЕКТИВНЫМИ СКОРОСТРЕЛЬНОСТЯМИ БОЕВЫХ ЕДИНИЦ СТОРОН ПРИ УПРЕЖДАЮЩЕМ УДАРЕ ОДНОЙ ИЗ НИХ

MIXED STOCHASTIC MODELS OF TWO-WAY COMBAT OPERATIONS WITH VARIABLE EFFECTIVE RATES OF FIRE OF THE COMBAT UNITS OF THE PARTIES WITH A PREEMPTIVE STRIKE OF ONE OF THEM

***И.В. Дубограй*[1]**, *чл.-корр. РАРАН* ***Е.Б. Маркелов*[2]**, ***В.Ю. Чуев*[1]**

[1]МГТУ им. Н.Э. Баумана, [2] Преображенский Научный Центр РАРАН

I.V. Dubograi, E.B. Markelov, V.Yu. Chuev

На основе теории непрерывных марковских процессов разработаны «смешанные» вероятностные модели двухсторонних боевых действий многочисленных группировок с экспоненциальными зависимостями эффективных скорострельностей боевых единиц сторон от времени боя при упреждающем ударе одной из них, позволяющие вычислить основные показатели боя. Показано, что наличие информации о состоянии боевых единиц противника при отсутствии у него такой информации в совокупности с упреждающим ударом может до двух раз увеличить боевые возможности группировки.
Ключевые слова: непрерывный марковский процесс, вероятностная модель двухсторонних боевых действий, боевая единица, эффективная скорострельность, упреждающий удар.

On the basis of the theory of continuous Markov processes, «mixed» probabilistic models of two-way combat operations of numerous groups with exponential dependences of the effective rate of fire of the combat units of the parties on the time of the battle with a preemptive strike of one of them are developed, which allow to calculate the main indicators of the battle. It is shown that the presence of information about the state of the enemy’s combat units in the absence of such information in conjunction with a pre-emptive strike can increase the combat capabilities of the group up to two times.
Keywords: continuous Markov process, probabilistic model of two-way combat operations, combat unit, effective rate of fire, preemptive strike.

Введение

При создании новой технической системы требуется оценить её работоспособность, что позволяет сделать математическая модель её функционирования [1]. При проектировании нового образца вооружения необходимо исследование показателей его боевой эффективности, так как они определяют степень пригодности образца к решению конкретных боевых задач [2]. Основой этого исследования должна быть модель двухсторонних боевых действий, поскольку она позволяет более детально отразить влияние этих показателей на исход боя и ожидаемые потери противоборствующих сторон, чем модели без учёта ответного огня [3]. Более предпочтительно использовать вероятностные модели боя, так как процесс протекания боя является стохастическим [4].

Широко распространённым способом описания процесса боевых действий является применение теории непрерывных марковских процессов [5]. Процесс, протекающий в системе, называется марковским, если вероятности всех состояний системы в будущем зависят только от её состояния в данный момент и не зависят от того, каким образом система пришла в это состояние [6]. Последовательности выстрелов, осуществляемых всеми участвующими в бою единицами, представляются в виде пуассоновского потока событий [2]. Далее производится переход к потоку успешных выстрелов, который также считается пуассоновским. Выстрел назовём успешным, если он поражает боевую единицу противника [3].

Описание процесса протекания боевых действий

Пусть в начале боя сторона X имеет m однотипных боевых единиц, а сторона $Y-n$ также однотипных боевых единиц, необязательно однородных с единицами X. Сторона X имеет полную и не запаздывающую информацию о состоянии боевых единиц стороны Y (уничтожены или нет) и ведёт огонь только по непоражённым единицам противника. У стороны Y такая информация отсутствует и она вынуждена вести равномерный огонь как по уцелевшим, так и по уничтоженным единицам противника. Такую модель боя назовём «смешанной».

Введём следующие обозначения:

p_x, p_y — вероятности поражения боевой единицы противника одним выстрелом единицы сторон X и Y соответственно;

λ_x, λ_y — практические скорострельности единиц сторон X и Y;

величины $v = p_x\lambda_x$ и $u = p_y\lambda_y$ назовём практическими скорострельностями боевых единиц сторон X и Y.

Принятие эффективных скорострельностей в течение всего боя постоянными может существенно исказить отображение протекания боя и привести к значительным ошибкам при вычислении его основных показателей. При отражении атаки противника происходит сближение противоборствующих сторон, вследствие чего уменьшается дальность стрельбы и возрастает её точность. В процессе боя также могут увеличиться практические скорострельности боевых единиц и у обороняющейся, и у наступающей стороны.

Проведённые теоретические исследования, а также экспериментальные данные показали, что во многих боевых ситуациях необходимо учитывать изменение эффективных скорострельностей боевых единиц сторон. Достаточно часто их хорошей аппроксимацией являются экспоненциальные функции времени боя, то есть

$$\begin{cases} v = k_x e^{a_x t} \\ u = k_y e^{a_y t}. \end{cases}$$

Полагаем, что хорошая маскировка боевых единиц одной из противоборствующих сторон позволяет ей в течение времени t_c вести огонь по противнику не испытывая ответного противодействия, то есть она наносит упреждающий удар по противнику.

Ранее были исследованы модели «высокоорганизованного» боя с экспоненциальными зависимостями боевых единиц сторон от времени боя (то есть когда обе стороны ведут огонь только по уцелевшим единицам противника) при одновременном открытии огня обеими сторонами и при упреждающем ударе одной из сторон [7]. Также ранее исследованы вероятностные «смешанные» модели боя с постоянными эффективными скорострельностями боевых единиц сторон при одновременном открытии огня обеими сторонами [8] и при упреждающем ударе одной из них [9].

В [10] приведена «смешанная» модель боя с экспоненциальными зависимостями эффективных скорострельностей боевых единиц сторон от времени боя при одновременном открытии огня обеими сторонами. В настоящей статье исследуется влияние упреждающего удара одной из сторон на протекание боя и его основные показатели.

Основные математические зависимости и формулы

Пусть сторона X в течение времени t_c наносит упреждающий удар по противнику. Тогда на промежутке времени $t \in [0, t_c]$ протекание боя опишется системой уравнений

$$\begin{cases} F'_{m0}(t) = mk_x e^{a_x t} F_{m1}(t); \\ F'_{mj}(t) = mk_x e^{a_x t}\left(F_{m,j+1}(t) - F_{mj}(t)\right);\ j = \overline{1, n-1}; \\ F'_{mn}(t) = -mk_x e^{a_x t} F_{mn}(t); \\ F'_{ij}(t) = 0;\ i = \overline{0, m-1};\ j = \overline{0, n}, \end{cases}$$

с начальными условиями

$$F_{mn}(0)=1,\ F_{ij}(0)=0 \text{ при } i+j<m+n, \qquad (1)$$

где $F_{ij}(t)$ — вероятность того, что в момент времени t сохранились i единиц стороны X и j единиц стороны Y (вероятность состояния i:j);

$F'_{ij}(t)$ — её производная по времени.

В момент времени t_c открытия стороной Y ответного огня получаем:

$$\begin{aligned}
&F_{mn}(t_c)=e^{-c}=c_m;\\
&F_{mj}(t_c)=\frac{c^{n-j}}{(n-j)!}e^{-c}=c_j;\ j=\overline{1,n-1}; \qquad (2)\\
&F_{m0}(t_c)=1-\sum_{j=1}^{n}F_{mj}(t_c)=c_0,
\end{aligned}$$

где $c=\frac{mk_x}{a_x}\left(e^{a_x t}-1\right)$.

Дальнейшее протекание боя опишется системой уравнений

$$\begin{cases}
F'_{i0}(t)=ik_xe^{a_xt}F_{i1}(t),\ i=\overline{1,m};\\
F'_{0j}(t)=\dfrac{jk_ye^{a_yt}}{m}F_{1j}(t),\ j=\overline{1,n};\\
F'_{ij}(t)=-\left(ik_xe^{a_xt}+\dfrac{ijk_ye^{a_yt}}{m}\right)F_{ij}(t)+\\
+ik_xe^{a_xt}F_{i,j+1}(t)+\dfrac{(i+1)jk_ye^{a_yt}}{m}F_{i+1,j}(t),\\
i=\overline{1,m-1};\ j=\overline{1,n-1};\\
F'_{mj}(t)=-\left(mk_xe^{a_xt}+jk_ye^{a_yt}\right)F_{mj}(t)+\\
+mk_xe^{a_xt}F_{m,j+1}(t),\ j=\overline{1,n-1};\\
F'_{in}(t)=-\left(ik_xe^{a_xt}+\dfrac{ink_ye^{a_yt}}{m}\right)F_{in}(t)+\\
+\dfrac{(i+1)n}{m}k_ye^{a_yt}F_{i+1,n}(t),\ i=\overline{1,m-1};\\
F'_{mn}(t)=-\left(mk_xe^{a_xt}+nk_ye^{a_yt}\right)F_{mn}(t),
\end{cases} \qquad (3)$$

с начальными условиями (2).

Если в течение времени t_c упреждающий удар наносит сторона Y, то на промежутке времени t_c протекание боя опишется системой уравнений

$$\begin{cases}
F'_{0n}(t)=\dfrac{nk_y}{m}e^{a_yt}F_{1n}(t);\\
F'_{in}(t)=-\dfrac{in}{m}k_ye^{a_yt}F_{in}(t)+\dfrac{(i+1)nk_y}{m}e^{a_yt}F_{i+1,n}(t),\\
i=\overline{1,m-1};\\
F'_{mn}(t)=-nk_ye^{a_yt}F_{mn}(t);\\
F'_{ij}(t)=0,\ i=\overline{0,m},\ j=\overline{0,n-1},
\end{cases}$$

с начальными условиями (1).

В момент времени t_c открытия стороной X ответного огня получаем:

$$\begin{cases}
F_{0n}(t_c)=(1-B)^m;\\
F_{1n}(t)=C_m^iB^i(1-B)^{m-i},\ i=\overline{1,m-1};\\
F_{mn}(t_c)=B^m,
\end{cases} \qquad (4)$$

где

$$B=\exp\left(-\frac{nk_y}{ma_y}\left(e^{a_yt_c}-1\right)\right),\quad C_m^i=\frac{m!}{i!(m-i)!}.$$

В дальнейшем протекание боя опишется системой уравнений (3) с начальными условиями (4).

Полагая, что бой ведётся до полного уничтожения одной из противоборствующих сторон, получаем, что окончательными состояниями системы являются состояния (1:0), …, (i:0), … (m:0), (0:1), …, (0:j), …, (0:n).

Состояние (0:0) состоянием данной системы не является, так как вероятность одновременного поражения двух и более боевых единиц является бесконечно малой величиной.

Авторами разработан численный алгоритм, позволяющий вычислить вероятности текущих и окончательных состояний и основные показатели боя. К ним, в первую очередь, относятся P_{0x}, P_{0y} — вероятности победы сторон X и Y соответственно, M_x, M_y — математические ожидания относительных количеств сохранившихся боевых единиц сторон к концу боя. Для боя $(m:n)$ эти величины находятся следующим образом:

$$P_{0x}=\sum_{i=1}^{m}F_{i0}(\infty);$$

$$P_{0y} = \sum_{j=1}^{n} F_{0j}(\infty);$$

$$M_x = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} iF_{i0}(\infty);$$

$$M_y = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} jF_{0j}(\infty),$$

где $F_{ij}(\infty)$ — вероятность того, что к концу боя сохранились *i* единиц стороны *X* и *j* единиц стороны *Y*.

Анализ результатов расчётов

Исследуем возможность применения более простых моделей боя для решения различных военно-тактических и военно-технических задач, а именно, «смешанной» детерминированной модели (модели динамики средних) с экспоненциальными зависимостями эффективных скорострельностей от времени боя [11] и «смешанных» вероятностных моделей с постоянными эффективными скорострельностями [9].

Введём следующие обозначения:

$$\mu = \frac{\sqrt{k_x k_y}}{a_x + a_y}; \nu = \frac{a_y}{a_x + a_y}; w = \frac{n}{m}\sqrt{\frac{k_y}{k_x}}.$$

Параметр μ характеризует скорость роста интенсивности протекания боя (чем меньше μ, тем больше эта скорость), в реальных боевых условиях $\mu \geq 2$. Параметр ν характеризует относительную скорость изменения эффективных скорострельностей боевых единиц одной из сторон относительно другой в процессе протекания боя, $\nu \in [0,1]$. При $\nu = 0$ значение $a_y = 0$ (то есть эффективные скорострельности боевых единиц стороны *Y* не меняются в течение всего боя). При $\nu = 1$ величина $a_x = 0$ (то есть постоянными являются эффективные скорострельности боевых единиц стороны *X*). А при $\nu = 0{,}5$ имеем $a_x = a_y$. Величину *w* назовём параметром начального соотношения сил. Для моделей динамики средних с постоянными эффективными скорострельностями при одновременном открытии огня обеими сторонами значение $w = 1$ является условием равенства сил противоборствующих группировок [12].

На рис. 1–4 показаны результаты расчётов, полученные с использованием разработанных авторами численных алгоритмов вычисления основных показателей боя. Значения M_x и M_y, полученные на основе модели, представленной в настоящей статье, показаны соответственно пунктирными и пунктирно-точечными линиями. Значения M_x и M_y полученные на основе модели динамики средних [11] — сплошными и пунктирными жирными линиями.

Рис. 1 и 3 соответствуют значению $\nu = 0$, а рис. 2 и 4 – значению $\nu = 1$, то есть тем значениям ν, которые наиболее сильно влияют на ход боя и его основные показатели. Рис. 1 и 2 соответствуют упреждающему удару стороны *X*, рис. 3 и 4 — упреждающему удару стороны *Y*. Все рисунки соответствуют значениям $\mu = 2$ и $\overline{t_c} = 0{,}5$, где $\overline{t_c}$ — приведённое время нанесения одной из противоборствующих сторон упреждающего удара.

При упреждающем ударе стороны *X*

$$\overline{t_c} = \frac{\sqrt{k_x k_y}}{a_x}\left(e^{a_x t_c} - 1\right)$$

(при $a_x = 0, \overline{t_c} = \sqrt{k_x k_y} t_c$), а при упреждающем ударе стороны *Y*

$$\overline{t_c} = \frac{\sqrt{k_x k_y}}{a_y}\left(e^{a_y t_c} - 1\right)$$

(при $a_y = 0, \overline{t_c} = \sqrt{k_x k_y} t_c$).

Значения $\overline{t_c} = 0{,}5$ соответствуют проведению единицами стороны, наносящей упреждающий удар по одному-двум выстрелам до открытия противником ответного огня, так как в реальных боевых условиях после проведения боевой единицей одного-двух выстрелов она будет обнаружена и по ней будет открыт ответный огонь.

Рис. 1–4 соответствуют равным начальным численностям противоборствующих группировок, поскольку для их других соотношений получаются аналогичные результаты.

Для иллюстрации этого на рис. 5 приведены результаты расчётов M_x и M_y для случая, когда начальные численности стороны *X* в пять раз превосходят начальные численности стороны *Y* (*m* = 5*n*) для $\mu = 2$, $\nu = 1$ при упреждающем ударе стороны *Y*, $\overline{t_c} = 0{,}5$.

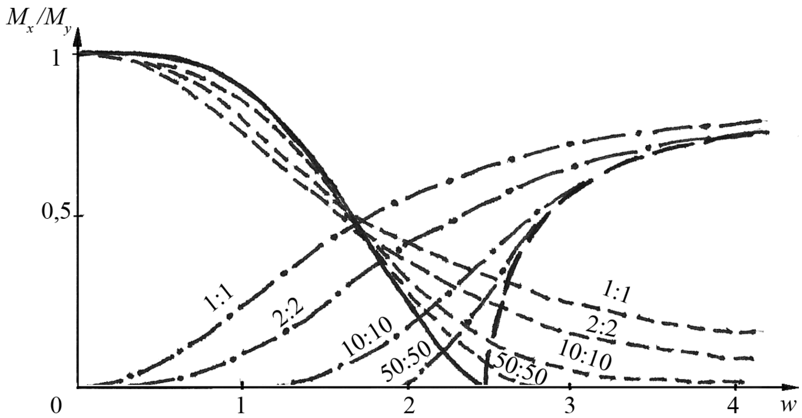

Рис. 1. Значения M_x и M_y при упреждающем ударе стороны X (μ = 2, ν = 0, $\overline{t_c} = 0{,}5$; m = n)

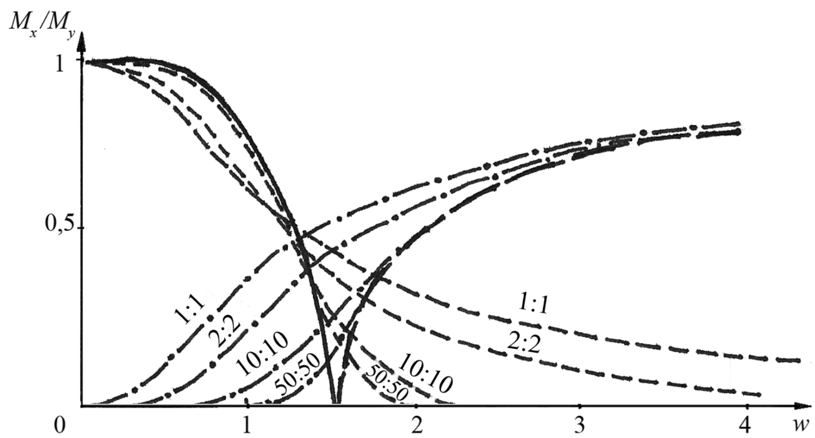

Рис. 2. Значения M_x и M_y при упреждающем ударе стороны X (μ = 2, ν = 1, $\overline{t_c} = 0{,}5$; m = n)

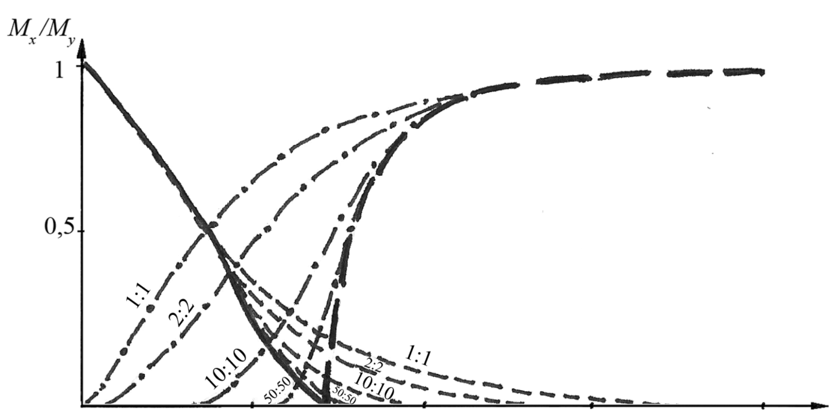

Рис. 3. Значения M_x и M_y при упреждающем ударе стороны Y (μ = 2, ν = 0, $\overline{t_c} = 0{,}5$; m = n)

Как показали результаты расчётов, наличие информации о состоянии боевых единиц противника при отсутствии у него такой информации существенно увеличивает боевые возможности этой группировки, причём это влияние усиливается при пропорциональном увеличении начальных численностей сторон. Так, при упреждающем ударе стороны *X* при $w = 2$, $\mu = 2$, $\nu = 0$, $\overline{t_c} = 0{,}5$ для

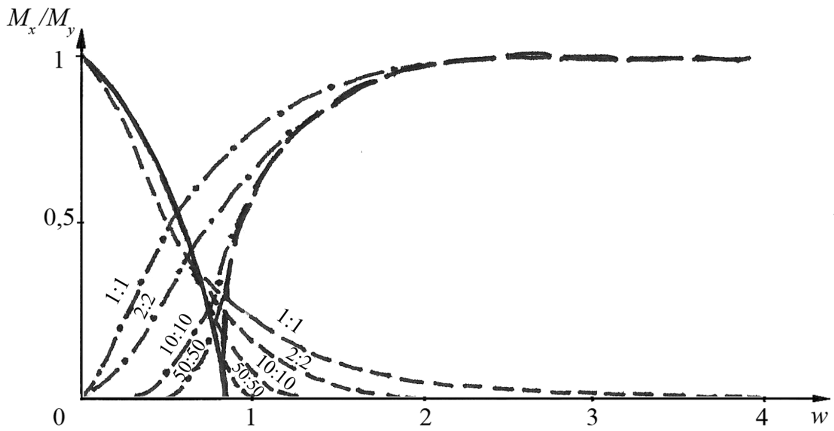

Рис. 4. Значения M_x и M_y при упреждающем ударе стороны Y (μ = 2, ν = 1, $\overline{t}_c = 0{,}5$; m = n)

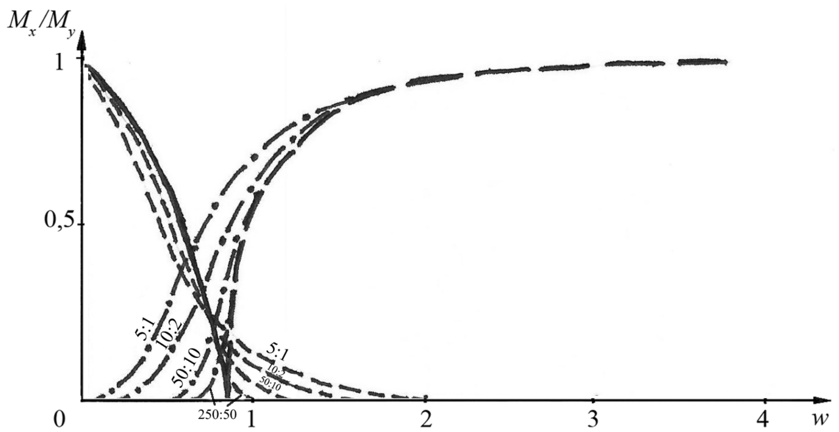

Рис. 5. Значения M_x и M_y при упреждающем ударе стороны Y (μ = 2, ν = 0, $\overline{t}_c = 0{,}5$; $m = 5n$)

боя «2:2» получаем $M_x = 0{,}384$; $M_y = 0{,}419$; $P_{0x} = 0{,}482$; $P_{0y} = 0{,}518$, а для боя «25:25» $M_x = 0{,}299$; $M_y = 0{,}048$; $P_{0x} = 0{,}884$; $P_{0y} = 0{,}116$. При этом для «высокоорганизованного» боя [7] «2:2» получаем $M_x = 0{,}338$; $M_y = 0{,}495$; $P_{0x} = 0{,}390$; $P_{0y} = 0{,}610$, а для «25:25» $M_x = 0{,}085$; $M_y = 0{,}406$; $P_{0x} = 0{,}196$; $P_{0y} = 0{,}804$.

А при упреждающем ударе стороны Y при $w = 0{,}75$, $\mu = 2$, $\nu = 1$, $\overline{t}_c = 0{,}5$ для боя «2:10» получаем $M_x = 0{,}360$; $M_y = 0{,}361$; $P_{0x} = 0{,}517$; $P_{0y} = 0{,}483$, а для боя «10:50» $M_x = 0{,}253$; $M_y = 0{,}149$; $P_{0x} = 0{,}664$; $P_{0y} = 0{,}336$. При этом для «высокоорганизованного» боя [7] «2:10» $M_x = 0{,}282$; $M_y = 0{,}509$; $P_{0x} = 0{,}361$; $P_{0y} = 0{,}639$, а для боя «10:50» $M_x = 0{,}061$; $M_y = 0{,}601$; $P_{0x} = 0{,}131$; $P_{0y} = 0{,}869$.

Упреждающий удар одной из сторон существенно влияет на исход и основные показатели боя, причём это влияние значительно возрастает с пропорциональным ростом начальных численностей сторон. Так, при $w = 1{,}5$, $\mu = 2$, $\nu = 0$, $\overline{t}_c = 0{,}5$ для боя «2:2» $M_x = 0{,}568$; $M_y = 0{,}249$; $P_{0x} = 0{,}685$; $P_{0y} = 0{,}315$ при упреждающем ударе стороны X и $M_x = 0{,}148$; $M_y = 0{,}703$; $P_{0x} = 0{,}244$; $P_{0y} = 0{,}756$ при упреждающем ударе стороны Y. А для боя «50:50» при тех же значениях $w, \mu, \nu, \overline{t}_c$ $M_x = 0{,}642$; $M_y = 0{,}000$; $P_{0x} = 1{,}000$; $P_{0y} = 0{,}000$ при упреждающем ударе стороны X и $M_x = 0{,}025$; $M_y = 0{,}337$; $P_{0x} = 0{,}409$; $P_{0y} = 0{,}591$ при упреждающем ударе стороны Y. А при $w = 1{,}25$, $\mu = 2$, $\nu = 1$, $\overline{t}_c = 0{,}5$ для боя «2:10» $M_x = 0{,}558$; $M_y = 0{,}147$; $P_{0x} = 0{,}686$; $P_{0y} = 0{,}314$ при упреждающем ударе стороны X и $M_x = 0{,}070$; $M_y = 0{,}734$; $P_{0x} = 0{,}109$; $P_{0y} = 0{,}891$ при упреждающем ударе стороны Y. А для боя «10:50» при тех же значениях $w, \mu, \nu, \overline{t}_c$ $M_x = 0{,}545$; $M_y = 0{,}022$; $P_{0x} = 0{,}911$; $P_{0y} = 0{,}089$ при упреждающем ударе стороны X и $M_x = 0{,}002$; $M_y = 0{,}747$; $P_{0x} = 0{,}006$; $P_{0y} = 0{,}994$ при упреждающем ударе стороны Y.

Отметим, что наличие информации о состоянии боевых единиц противника при отсутствии у него таковой информации в совокупности с упреждающим ударом может увеличить боевые возможности группировки до двух раз.

Исследуем возможность применения для решения различных военно-технических и военно-тактических задач более простых моделей боя: модели динамики средних с экспоненциальными зависимостями эффективных скорострельностей боевых единиц сторон от времени боя [11] и вероятностных моделей боя с постоянными эффективными скорострельностями боевых единиц [9]. На ошибки метода динамики средних влияет в первую очередь соотношение сил противоборствующих группировок, а не их начальные численности. Причиной этих ошибок является достаточно высокая вероятность победы «более слабой» стороны. Так, для боя «100:100» при $w=1{,}53$, $\mu=2$, $\nu=1$, $\overline{t}_c=0{,}5$ при упреждающем ударе стороны *X* $M_x=0{,}134$; $M_y=0{,}120$ (для модели динамики средних $M_x=0{,}000$; $M_y=0{,}006$), а для боя «75:150» при $w=1{,}4$, $\mu=2$, $\nu=0$, $\overline{t}_c=0{,}5$ при упреждающем ударе стороны *Y* $M_x=0{,}044$; $M_y=0{,}138$ (для модели динамики средних $M_x=0{,}029$; $M_y=0{,}000$), то есть в этих случаях ошибки метода динамики средних при вычислении M_y превосходит 10 % (для первого случая аналогичная ошибка метода динамики средних и при вычислении M_x).

При значительном превосходстве одной из противоборствующих сторон (при $w\le 0{,}65$ и $w\ge 3{,}25$ при упреждающем ударе стороны X, а также $w\le 0{,}55$ и $w\ge 2$ при упреждающем ударе стороны *Y*) ошибки метода динамики средних при вычислении величин M_x и M_y не превосходят 3% при исследовании боя даже небольших по численности группировок $(m\ge 10, n\ge 10)$. Так, например, для боя «2:10» при $w=2{,}75$, $\mu=2$, $\nu=1$, $\overline{t}_c=0{,}5$ при упреждающем ударе стороны *X* $M_x=0{,}019$; $M_y=0{,}692$ (для модели динамики средних $M_x=0{,}000$; $M_y=0{,}702$), а для боя «5:5» при $w=2$, $\mu=2$, $\nu=0$, $\overline{t}_c=0{,}5$ при упреждающем ударе стороны *Y* $M_x=0{,}024$; $M_y=0{,}809$ (для модели динамики средних $M_x=0{,}000$; $M_y=0{,}822$).

Использование вероятностных моделей боя с постоянными эффективными скорострельностями боевых единиц [9] также может привести к существенным ошибкам при вычислении его основных показателей. На ошибки последних влияет в первую очередь значение величины ν, а также значение μ и w. Так, для боя «25:25» при $w=1{,}25$, $\mu=2$, $\nu=0$, $\overline{t}_c=0{,}5$ при упреждающем ударе стороны *Y* $M_x=0{,}101$; $M_y=0{,}189$; $P_{0x}=0{,}656$; $P_{0y}=0{,}344$. Если же принять их равными значениям в момент открытия стороной *X* ответного огня, то $M_x=0{,}054$; $M_y=0{,}359$; $P_{0x}=0{,}334$; $P_{0y}=0{,}666$ (при этом $w=1{,}13$). А если принять их равными значениям в середине боя, получаем $M_x=0{,}489$; $M_y=0{,}001$; $P_{0x}=0{,}999$; $P_{0y}=0{,}001$ (при этом $w=0{,}665$).

Для боя «50:10» при $w=1{,}5$, $\mu=2$, $\nu=0{,}9$ $\overline{t}_c=0{,}5$ при упреждающем ударе стороны *X* $M_x=0{,}289$; $M_y=0{,}197$; $P_{0x}=0{,}557$; $P_{0y}=0{,}443$. Если эффективные скорострельности принять равными их значениям в начале боя, получаем $M_x=0{,}438$; $M_y=0{,}072$; $P_{0x}=0{,}837$; $P_{0y}=0{,}163$. Если принять их равными значениям в момент открытия стороной *Y* ответного огня, получаем $M_x=0{,}321$; $M_y=0{,}140$; $P_{0x}=0{,}698$; $P_{0y}=0{,}302$. Если же принять их равными значениям в середине боя, получает $M_x=0{,}021$; $M_y=0{,}601$; $P_{0x}=0{,}070$; $P_{0y}=0{,}930$.

Однако при $0{,}47<\nu<0{,}53$ ошибки при вычислении M_x и M_y не превосходят 5% при любых значениях μ и ν. Аналогичная картина наблюдается и при медленном росте интенсивности боя ($\mu\ge 6$), а также при значительном превосходстве одной из противоборствующих группировок (при $w\le 0{,}6$ и $w\ge 3$ при упреждающем ударе стороны *X*, а также при $w\le 0{,}5$ и $w\ge 2$ при упреждающем ударе стороны *Y*).

Выводы

1. На основе теории непрерывных марковских процессов разработаны «смешанные» вероятностные модели двухсторонних боевых действий многочисленных группировок с экспоненциальными зависимостями эффективных скорострельностей боевых единиц от времени боя при упреждающем ударе одной из противоборствующих сторон.

2. Установлено, что использование модели динамики средних приводит к значительным ошибкам при вычислении основных показателей боя близких по силам группировок даже при их больших начальных численностях. При

существенном превосходстве одной из противоборствующих сторон модели данного типа могут быть использованы для описания боя и небольших по численности группировок, что не приведёт к сколь заметным ошибкам при вычислении его основных показателей.

3. Показано, что использование вероятностных моделей боя с постоянными эффективными скорострельностями может привести к существенным ошибкам при вычислении его основных показателей. Установлена область применимости моделей этого типа.

4. Упреждающий удар одной из противоборствующих сторон оказывает существенное влияние на протекание боя и его основные показатели. Даже при значительном превосходстве одной из сторон он оказывает заметное влияние на потери победившей стороны.

5. Наличие информации о состоянии боевых единиц противника при отсутствии у него такой информации существенно повышает боевые возможности группировки. В совокупности с упреждающим ударом оно может увеличить их до двух раз.

6. Разработанные модели боя создают основу для их применения в вероятностных моделях двухсторонних боевых действий многочисленных группировок при зависимостях эффективных скорострельностей боевых единиц сторон от времени боя произвольного вида, что позволит в дальнейшем перейти к моделированию боевых действий группировок, состоящих из разнотипных боевых единиц.

Литература

1. Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Особенности математического моделирования технических устройств // Математическое моделирование и численные методы. 2014. № 1. С. 5–17.

2. Вентцель Е.С. Исследование операций: задачи, принципы и методология. — М.: УРСС. 2007. 208 с.

3. Чуев Ю.В. Исследование операций в военном деле. — М.: Воениздат. 1970. 270 с.

4. Ткаченко П.Н. Математические модели боевых действий. — М.: Советское радио. 1969. 240 с.

5. Алексеев О.Г., Анисимов В.Г., Анисимов Е.Г. Марковские модели боя. — М.: Министерство обороны СССР. 1985. 85 с.

6. Вентцель Е.С., Овчаров В.Я. Теория случайных процессов и её инженерные приложения. — М.: КноРус. 2015. 448 с.

7. Чуев В.Ю., Рябцев Р.А. и др. Стохастические модели двухсторонних боевых действий многочисленных группировок с переменными эффективными скорострельностями боевых единиц сторон при упреждающем ударе одной из них // Вооружение и экономика. 2018. № 4. С. 21–30.

8. Дубограй И.В., Дьякова Л.Н. и др. «Смешанные» вероятностные модели двухсторонних боевых действий многочисленных группировок // Математическое моделирование и численные методы. 2017. № 1. С. 91–101.

9. Чуев В.Ю., Дубограй И.В. «Смешанные» стохастические модели двухсторонних боевых действий при упреждающем ударе одной из сторон // Математическое моделирование и численные методы. 2017. № 2. С. 107–123.

10. Чуев В.Ю., Дубограй И.В. «Смешанные» вероятностные модели боя при переменных эффективных скорострельностях боевых единиц сторон // Математическое моделирование и численные методы. 2020. № 1. С. 118–128.

11. Дубограй И.В., Рябцев Р.А. и др. «Смешанная» модель двухсторонних боевых действий при переменных эффективных скорострельностях боевых единиц сторон // Известия РАРАН. 2019. № 3. С. 71–76.

12. Чуев В.Ю., Дубограй И.В. Модели динамики средних двусторонних боевых действий многочисленных группировок. LAP LAMBERT Academie Publishing. 2014. 72 с. ISBN: 978-3-659-57152-7.