

**НАВИГАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ ПЕРСПЕКТИВНЫХ КОМПЛЕКСОВ  
Артиллерийской разведки  
(МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ ТОПОПРИВЯЗКИ)**

**NAVIGATION SYSTEMS OF ADVANCED ARTILLERY  
RECONNAISSANCE COMPLEXES  
(MATHEMATICAL MODEL OF THE TOPO-LINKING SYSTEM)**

*А.В. Прохорцов, В.А. Смирнов, А.Э. Соловьев, чл.-корр. РАН А.Н. Чуков*

*Тульский государственный университет*

*A.V. Prohortsov, V.A. Smirnov, A.E. Solov'ev, A.N. Chukov*

Настоящий цикл статей посвящен вопросам создания навигационных систем для перспективных комплексов артиллерийской разведки малого и среднего радиуса действия, которые обладают рядом присущих только им особенностей. В данной статье рассматривается математическая модель инерциально-спутниковой системы топопривязки, особенности ее построения и способы повышения точности.

**Ключевые слова:** комплекс артиллерийской разведки, навигационная система, система топопривязки, навигационная задача, ориентация, датчик угловой скорости, акселерометр, погрешность, гироскопирование.

This series of articles is devoted to the creation of navigation systems for promising artillery reconnaissance complexes of small and medium range, which have a number of unique features. This article discusses a mathematical model of an inertial satellite topography system, the features of its construction and ways to improve accuracy.

**Keywords:** artillery reconnaissance complex, navigation system, topography system, navigation task, orientation, angular velocity sensor, accelerometer, error, gyrocompassing.

Современные системы топопривязки перспективных комплексов артиллерийской разведки малого и среднего радиуса действия должны обеспечивать малое время и высокую точность определения координат носителя и его углов ориентации. Основными режимами работы таких систем топопривязки являются: режим выставки, когда в неподвижном состоянии система с высокой точностью определяет координаты и углы носителя; и режим навигации, когда координаты и углы носителя определяются в процессе его движения.

Для обеспечения надежной работы в любых условиях система топопривязки должна строиться

как комплексированная система, то есть включать в свой состав несколько систем, решающих одни и те же задачи, но работающих на разных физических принципах [1, 2]. Поэтому система топопривязки перспективных комплексов артиллерийской разведки включает в себя аппаратуру спутниковой навигации, бесплатформенную инерциальную навигационную систему (БИНС) с возможностью ее вращения в азимутальной плоскости [3], и дополнительные источники информации — измерители скорости и пройденного пути (рис. 1).

В режиме выставки текущая широта и долгота комплекса артиллерийской разведки

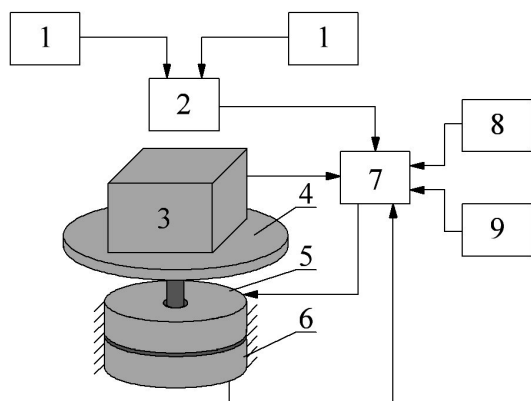


Рис. 1. Общая структура системы топопривязки: 1 — приемные антенны спутниковой радионавигационной системы; 2 — приемная аппаратура спутниковой радионавигационной системы; 3 — блок инерциальных чувствительных элементов; 4 — поворотная платформа; 5 — электродвигатель; 6 — датчик угла или узел ограничения поворота; 7 — микропроцессорный блок управления, обработки и отображения информации; 8 — измеритель скорости; 9 — измеритель пройденного пути (одометр)

определяются спутниковой радионавигационной системой (СРНС), углы курса, крена и тангажа определяются БИНС. С ней связана система координат  $OXYZ$ , повернутая относительно местной географической системы координат  $ONHE$  на углы Эйлера–Крылова (рис. 2).

Для повышения точности определения углов ориентации без увеличения требований к датчикам угловой скорости инерциальный измерительный блок установлен на поворотной плат-

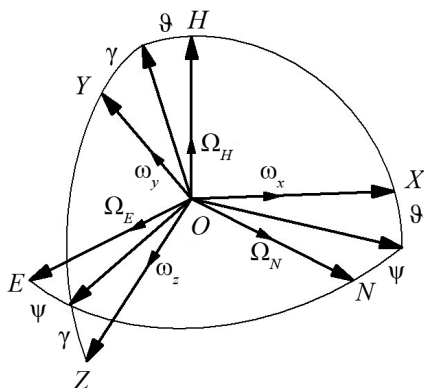


Рис. 2. Системы координат системы топопривязки: ось  $ON$  направлена по меридиану на север, ось  $OH$  направлена по местной вертикали, а ось  $OE$  дополняет систему до правой

форме и может поворачиваться вокруг оси  $OY$ , как показано на рис. 3, при помощи привода (рис. 1).

Проведение измерений в двух положениях  $\beta = 0^\circ$  и  $\beta = 180^\circ$  позволяет устранить погрешности смещения нуля [3, 4]. В вычислительном устройстве определяется разность измерений, полученных в двух положениях:

$$\begin{aligned} a_{y\_изм0} &= a_{y\_изм180} = g \cos \vartheta \cos \gamma; \\ \Delta a_x &= a_{x\_изм0} - a_{x\_изм180} = 2g \sin \vartheta; \\ \Delta a_z &= a_{z\_изм0} - a_{z\_изм180} = -2g \cos \vartheta \sin \gamma; \\ \Delta \omega_x &= \omega_{x\_изм0} - \omega_{x\_изм180} = \\ &= 2\Omega_3 (\cos \phi \cos \psi \cos \vartheta + \sin \phi \sin \vartheta); \\ \Delta \omega_z &= \omega_{z\_изм0} - \omega_{z\_изм180} = \\ &= 2\Omega_3 (\cos \phi (\sin \psi \cos \gamma + \cos \psi \sin \vartheta \sin \gamma) - \\ &\quad - \sin \phi \cos \vartheta \sin \gamma), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $a_{x\_изм0}$ ,  $a_{z\_изм0}$  — проекции ускорения на соответствующие оси БИНС в исходном положении механизма поворота;  $a_{x\_изм180}$ ,  $a_{z\_изм180}$  — проекции ускорения на соответствующие оси БИНС при повороте на  $180^\circ$ ;  $\omega_{x\_изм0}$ ,  $\omega_{z\_изм0}$  — проекции угловой скорости на соответствующие оси БИНС в исходном положении механизма поворота;  $\omega_{x\_изм180}$ ,  $\omega_{z\_изм180}$  — проекции угловой скорости на соответствующие оси БИНС при повороте на  $180^\circ$ ;  $g$  — ускорение свободного падения;  $\Omega_3$  — угловая скорость вращения Земли;  $\psi$ ,  $\vartheta$ ,  $\gamma$  — углы курса, крена и тангажа, соответственно;  $\phi$  — широта места.

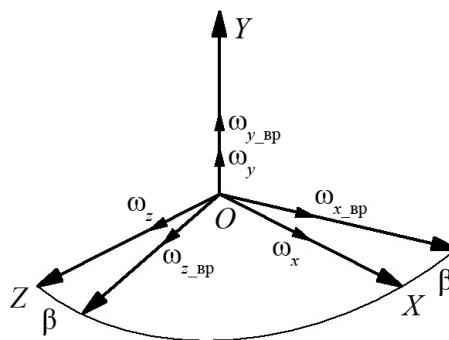


Рис. 3. Система координат инерциального измерительного блока, вращающегося вокруг вертикальной оси

На основе разностей (1) вычисляются углы курса, тангажа и крена:

$$\gamma = -\arctg \frac{\Delta a_z}{a_{y\_изм0} + a_{y\_изм180}};$$

$$\vartheta = \arcsin \left( \frac{\Delta a_x}{2g} \right);$$

$$\psi = \arccos \left( \frac{\Delta \omega_x}{2\Omega_3 \cos \phi \cos \vartheta} - \text{tg} \phi \text{tg} \vartheta \right).$$

Значение широты, необходимое для вычисления угла курса, определяется либо по измерениям инерциального измерительного блока, в соответствии с [4], либо по данным спутниковой радионавигационной системы.

Необходимо отметить, что определение широты по данным СРНС обеспечивает большую точность и поэтому является предпочтительным. Возможность определения широты по данным инерциальной навигационной системы обеспечивает резервный способ измерения в случае недоступности сигналов СРНС.

В режиме навигации определение координат осуществляется инерциальной навигационной системой с коррекцией от спутниковой навигационной системы и дополнительных источников информации. Коррекция от спутниковой навигационной системы осуществляется по координатам, скоростям и углам ориентации.

Для повышения точности в режиме навигации используется коррекция угловых скоростей крена и тангажа по сигналам акселерометров [5, 6]. Такая коррекция обеспечивает устранение уходов по углам крена и тангажа. Угловые скорости коррекции вычисляются в системе координат *ОННЕ*:

$$\omega_N^k = -k_\gamma a_E - \int_{t_0}^t k_{\gamma I} a_E d\tau - \omega_N^k(t_0);$$

$$\omega_E^k = k_\vartheta a_N + \int_{t_0}^t k_{\vartheta I} a_E d\tau - \omega_E^k(t_0),$$

где  $k_\gamma$ ,  $k_{\gamma I}$  — коэффициенты пропорциональной и интегральной коррекции по оси *ОН*;  $k_\vartheta$ ,  $k_{\vartheta I}$  — коэффициенты пропорциональной и интегральной коррекции по оси *ОЕ*;  $a_E$ ,  $a_N$  — проекции ускорения на восточную и северную оси системы координат *ОННЕ*, соответственно.

Угловые скорости коррекции добавляются к расчетным значениям проекций угловой ско-

рости, обусловленной вращением Земли и движением по ее поверхности:

$$\Omega_N = \omega_N^k + \Omega_3 \cos \phi + \frac{V_E}{R_\lambda},$$

$$\Omega_E = \omega_E^k - \frac{V_N}{R_\phi + H},$$

$$\Omega_H = \Omega_3 \sin \phi + \frac{V_E}{R_\lambda + H} \text{tg} \phi,$$

где  $\Omega_3$  — угловая скорость вращения Земли;  $\phi$  — астрономическая широта;  $\Omega_N$ ,  $\Omega_H$ ,  $\Omega_E$  — проекции угловой скорости Земли и угловой скорости, обусловленной движением по ее поверхности Земли, на соответствующие оси

системы координат *ОННЕ*;  $R_\phi = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 \phi)^{3/2}}$ ,

$R_\lambda = \frac{a}{(1-e^2 \sin^2 \phi)^{1/2}}$ ;  $a = 6378136,0$  м — боль-

шая полуось общеземного эллипсоида;  $e = 1/298,25784$  — коэффициент сжатия общеземного эллипсоида (эксцентриситет).

Поправки к скорости, вычисленные по уравнениям (4), преобразуются в связанную с БИНС систему координат через компоненты кватерниона ориентации (параметры Родрига–Гамильтона) вычисленные в БИНС [7, 8]:

$$\begin{pmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2\lambda_0^2 + 2\lambda_1^2 - 1 & 2(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_0\lambda_3) & 2(\lambda_1\lambda_3 - \lambda_0\lambda_2) \\ 2(\lambda_1\lambda_2 - \lambda_0\lambda_3) & 2\lambda_0^2 + 2\lambda_2^2 - 1 & 2(\lambda_2\lambda_3 + \lambda_0\lambda_1) \\ 2(\lambda_1\lambda_3 + \lambda_0\lambda_2) & 2(\lambda_2\lambda_3 - \lambda_0\lambda_1) & 2\lambda_0^2 + 2\lambda_3^2 - 1 \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} \Omega_N \\ \Omega_H \\ \Omega_E \end{pmatrix},$$

где  $\Lambda = \lambda_0 + \lambda_1 i + \lambda_2 j + \lambda_3 k$  — кватернион ориентации.

Угловые скорости коррекции в связанной системе координат вычитаются из угловых скоростей, получаемых с датчика угловых скоростей (ДУС) БИНС, полученные разности используются при интегрировании уравнений ориентации в кватернионах [6–8]:

$$\frac{d\lambda_0}{dt} = \frac{1}{2} (-\lambda_1(\omega_x - \Omega_x) - \lambda_2(\omega_y - \Omega_y) - \lambda_3(\omega_z - \Omega_z));$$

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda_1}{dt} &= \frac{1}{2}(\lambda_0(\omega_x - \Omega_x) - \lambda_3(\omega_y - \Omega_y) + \\ &\quad + \lambda_2(\omega_z - \Omega_z)); \\ \frac{d\lambda_2}{dt} &= \frac{1}{2}(\lambda_3(\omega_x - \Omega_x) + \lambda_0(\omega_y - \Omega_y) - \\ &\quad - \lambda_1(\omega_z - \Omega_z)); \\ \frac{d\lambda_3}{dt} &= \frac{1}{2}(-\lambda_2(\omega_x - \Omega_x) + \lambda_1(\omega_y - \Omega_y) + \\ &\quad + \lambda_0(\omega_z - \Omega_z)). \end{aligned} \quad (7)$$

Полученный в результате интегрирования (7) кватернион ориентации используется для пересчета показаний акселерометров из связанной системы координат *OXYZ* в географическую систему координат *ONHE*, в которой из их показаний исключается ускорение силы тяжести и осуществляется интегрирование для счисления пути. В векторной форме уравнение вычисления параметров навигации имеет вид [9]:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0 + \dot{\mathbf{r}}_0 t + \int_0^t (\mathbf{g}(\mathbf{r}) + \mathbf{a}(\tau)) d\tau, \quad (8)$$

где  $\mathbf{g}(\mathbf{r})$  — вектор ускорения силы тяжести в текущей точке положения БИНС;  $\mathbf{a}(\tau)$  — вектор ускорения, измеряемого БИНС;  $\dot{\mathbf{r}}_0$  — вектор начальной скорости БИНС (в случае, если БИНС начинает работу на неподвижном основании, этот вектор равен нулю);  $\mathbf{r}_0$  — вектор начальных координат БИНС.

Для повышения точности и надежности системы топопривязки осуществляется коррекция входящей в ее состав БИНС по координатам, скоростям и параметрам ориентации.

Коррекция по координатам и скоростям осуществляется следующим образом. На основании результатов измерений БИНС и данных о координатах и скоростях навигационных спутников определяется расчетное значение дальности [10]:

$$\begin{aligned} D_i &= \\ &= \sqrt{(x_{ci} - x - \delta x_n)^2 + (y_{ci} - y - \delta y_n)^2 + (z_{ci} - z - \delta z_n)^2} + \\ &\quad + \delta D, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $D_i$  — значение псевдодальности до  $i$ -го спутника, измеренное СРНС;  $x_{ci}$ ,  $y_{ci}$ ,  $z_{ci}$  — координаты  $i$ -го спутника по данным, передаваемым СРНС;  $x$ ,  $y$ ,  $z$  — координаты, определяемые

инерциальной навигационной системой;  $\delta x_n$ ,  $\delta y_n$ ,  $\delta z_n$  — погрешности определения координат инерциальной навигационной системой, которые необходимо определить;  $\delta D$  — погрешность определения псевдодальности, обусловленная смещением шкалы времени приемника.

Считая, что  $\delta x_n \ll x_n$ ,  $\delta y_n \ll y_n$ ,  $\delta z_n \ll z_n$ , линеаризуем выражение (9), разложив его в степенной ряд и сохраняя только линейные члены:

$$\Delta D_i = \delta D + K_{xi} \delta x_n + K_{yi} \delta y_n + K_{zi} \delta z_n, \quad (10)$$

где

$$\Delta D_i = D_i - D_{ni};$$

$$D_{ni} = \sqrt{(x_{ci} - x)^2 + (y_{ci} - y)^2 + (z_{ci} - z)^2}$$

— рассчитанное по данным инерциальной навигационной системы и координатам спутника значение псевдодальности до  $i$ -го спутника;

$$K_{xi} = \frac{(x_{ci} - x_n)}{D_{ni}}, \quad K_{yi} = \frac{(y_{ci} - y_n)}{D_{ni}},$$

$$K_{zi} = \frac{(z_{ci} - z_n)}{D_{ni}}; \quad i = 1 \dots n; \quad n \geq 4$$

— количество видимых спутников.

Считая, что координаты и скорости ПО известны из показаний БИНС, а координаты и скорости спутника известны из данных, формируемых приемной аппаратурой СРНС, запишем уравнение для вычисления радиальной скорости [10] в виде:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{D}_i &= \delta \dot{D} + K_{vxi} \delta \dot{x}_n + K_{vyi} \delta \dot{y}_n + K_{vzi} \delta \dot{z}_n + \\ &\quad + K_{xi} \delta \dot{x}_n + K_{yi} \delta \dot{y}_n + K_{zi} \delta \dot{z}_n, \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$K_{vxi} = \frac{(\dot{x}_{ci} - \dot{x}_n)}{D_{ni}}, \quad K_{vyi} = \frac{(\dot{y}_{ci} - \dot{y}_n)}{D_{ni}},$$

$$K_{vzi} = \frac{(\dot{z}_{ci} - \dot{z}_n)}{D_{ni}}, \quad \dot{x}_n, \quad \dot{y}_n, \quad \dot{z}_n$$

— проекции скорости подвижного объекта (ПО), измеряемые БИНС;  $\delta \dot{x}_n$ ,  $\delta \dot{y}_n$ ,  $\delta \dot{z}_n$  — погрешности определения проекций скорости ПО посредством БИНС;  $\dot{x}_{ci}$ ,  $\dot{y}_{ci}$ ,  $\dot{z}_{ci}$  — проекции скорости ПО, измеряемые СРНС;  $\delta \dot{D}$  —

погрешность определения радиальной скорости, обусловленная смещением частоты генератора приемника.

Объединим уравнения (10) и (11), и запишем получившуюся систему в матричном виде:

$$\mathbf{H}_c \mathbf{d} = \mathbf{b}, \quad (12)$$

где  $\mathbf{d} = [\delta x, \delta y, \delta z, \delta D, \delta \dot{x}, \delta \dot{y}, \delta \dot{z}, \delta \dot{D}]^T$  — вектор погрешностей определения координат, скоростей, поправок псевдодальности и псевдоскорости (вектор поправок);  $\mathbf{b} = [\Delta D_1, \dots, \Delta D_n, \Delta \dot{D}_1, \dots, \Delta \dot{D}_n]^T$  — вектор разностей измеренных и вычисленных дальностей и радиальных скоростей; матрица  $\mathbf{H}_c$  определяется следующим образом:

$$\mathbf{H}_c = \begin{bmatrix} K_{x1} & K_{y1} & K_{z1} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{xn} & K_{yn} & K_{zn} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{vx1} & K_{vy1} & K_{vz1} & 1 & K_{x1} & K_{y1} & K_{z1} & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{vxn} & K_{vyn} & K_{vzn} & 1 & K_{xn} & K_{yn} & K_{zn} & 1 \end{bmatrix},$$

где  $n$  — число видимых спутников.

Решение системы (12) определяется на основе метода наименьших квадратов:

$$\mathbf{d} = (\mathbf{H}_c^T \mathbf{H}_c)^{-1} \mathbf{H}_c^T \mathbf{b}. \quad (13)$$

Матрица  $\mathbf{H}_c^\# = (\mathbf{H}_c^T \mathbf{H}_c)^{-1} \mathbf{H}_c^T$  называется псевдообратной матрицей к матрице  $\mathbf{H}_c$ .

Определение углов ориентации по данным СРНС осуществляется следующим образом. Обозначим продольную и поперечную оси ПО

как  $AB$  и  $CD$ . Расположим антенны  $A, B, C$  и  $D$  таким образом, чтобы вектора  $\overline{AB}$  и  $\overline{CD}$  были взаимно перпендикулярны и совпадали с направлением осей связанной с ПО системы координат (рис. 4).

Углы  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$  между направлениями на спутники  $S1$  и  $S2$ , и отрезками  $AB$  и  $CD$  определяются, например, фазовым интерферометрическим способом [11–16].

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha_1 &= \frac{\Delta \phi_{11} \cdot \lambda_1}{2\pi \cdot d_1}; \cos \alpha_2 = \frac{\Delta \phi_{21} \cdot \lambda_2}{2\pi \cdot d_1}; \\ \cos \beta_1 &= \frac{\Delta \phi_{12} \cdot \lambda_1}{2\pi \cdot d_2}; \cos \beta_2 = \frac{\Delta \phi_{22} \cdot \lambda_2}{2\pi \cdot d_2} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

где  $\lambda_1, \lambda_2$  — длины волн сигналов, излучаемых спутниками  $S1$  и  $S2$  соответственно;  $\Delta \phi_{11}, \Delta \phi_{21}$  — разности фаз между сигналами, принимаемыми антеннами  $A$  и  $B$  от спутников  $S1$  и  $S2$  соответственно;  $\Delta \phi_{12}, \Delta \phi_{22}$  — разности фаз между сигналами, принимаемыми антеннами  $C$  и  $D$  от спутников  $S1$  и  $S2$  соответственно;  $d_1$  — расстояние между антеннами  $A$  и  $B$ ;  $d_2$  — расстояние между антеннами  $C$  и  $D$ .

Зная координаты  $x_{c1}, y_{c1}, z_{c1}$  спутника  $S1$  и  $x_{c2}, y_{c2}, z_{c2}$  спутника  $S2$  и координаты  $x, y, z$  базовой точки  $O$  системы топопривязки, по проекциям векторов  $\overline{AB}$  и  $\overline{BC}$  определяются направления на спутники, т.е. вектора  $\overline{OS1} \{x_{c1} - x, y_{c1} - y, z_{c1} - z\}$  и  $\overline{OS2} \{x_{c2} - x, y_{c2} - y, z_{c2} - z\}$ . Предположим, что вектора  $\overline{AB}$  и  $\overline{CD}$  заданы:  $\overline{AB}(l_1, m_1, n_1)$ ;  $\overline{CD}(l_2, m_2, n_2)$ . В этом случае для углов можно записать:

$$\cos \alpha_1 = \frac{(x_{c1} - x) \cdot l_1 + (y_{c1} - y) \cdot m_1 + (z_{c1} - z) \cdot n_1}{\sqrt{(x_{c1} - x)^2 + (y_{c1} - y)^2 + (z_{c1} - z)^2} \cdot \sqrt{l_1^2 + m_1^2 + n_1^2}}; \quad (15)$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{(x_{c2} - x) \cdot l_1 + (y_{c2} - y) \cdot m_1 + (z_{c2} - z) \cdot n_1}{\sqrt{(x_{c2} - x)^2 + (y_{c2} - y)^2 + (z_{c2} - z)^2} \cdot \sqrt{l_1^2 + m_1^2 + n_1^2}}; \quad (16)$$

$$\cos \beta_1 = \frac{(x_{c1} - x) \cdot l_2 + (y_{c1} - y) \cdot m_2 + (z_{c1} - z) \cdot n_2}{\sqrt{(x_{c1} - x)^2 + (y_{c1} - y)^2 + (z_{c1} - z)^2} \cdot \sqrt{l_2^2 + m_2^2 + n_2^2}}; \quad (17)$$

$$\cos \beta_2 = \frac{(x_{c2} - x) \cdot l_2 + (y_{c2} - y) \cdot m_2 + (z_{c2} - z) \cdot n_2}{\sqrt{(x_{c2} - x)^2 + (y_{c2} - y)^2 + (z_{c2} - z)^2} \cdot \sqrt{l_2^2 + m_2^2 + n_2^2}}. \quad (18)$$

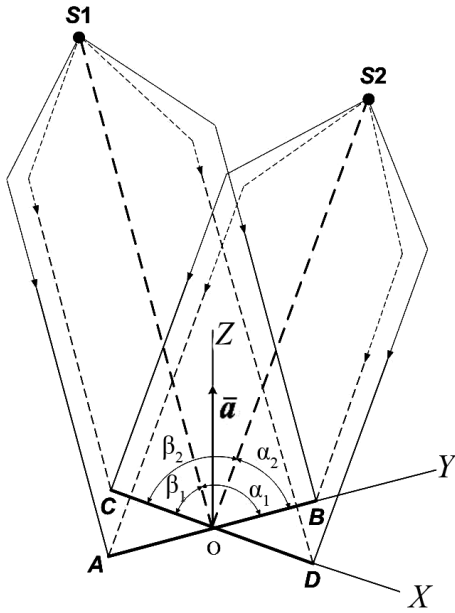


Рис. 4. К пояснению способа определения угловой ориентации ПО с помощью двух спутников

Из условия перпендикулярности  $\overline{AB}$  и  $\overline{CD}$  запишем:

$$l_1 \cdot l_2 + m_1 \cdot m_2 + n_1 \cdot n_2 = 0. \quad (19)$$

Поскольку длины  $d_1$  и  $d_2$  векторов  $\overline{AB}$  и  $\overline{CD}$  известны, можно записать:

$$\begin{aligned} l_1^2 + m_1^2 + n_1^2 &= d_1; \\ l_2^2 + m_2^2 + n_2^2 &= d_2. \end{aligned} \quad (20)$$

Решая систему уравнений (15)–(20) с учетом того, что входящие в эти уравнения косинусы углов  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$  известны из (14), определяются параметры  $l_1, m_1, n_1$  и  $l_2, m_2, n_2$  векторов  $\overline{AB}(l_1, m_1, n_1)$  и  $\overline{CD}(l_2, m_2, n_2)$ , связанных с подвижным объектом. Положение третьей оси связанной системы координат (СК)  $\overline{a}$  можно найти как векторное произведение векторов  $\overline{CD}$  и  $\overline{AB}$ :

$$\begin{aligned} \overline{a} &= \overline{CD} \times \overline{AB} = \\ &= \{(m_2 \cdot n_1 - n_2 \cdot m_1), (l_2 \cdot n_1 - n_2 \cdot l_1), (l_2 \cdot m_1 - m_2 \cdot l_1)\}. \end{aligned} \quad (21)$$

Таким образом, определяется ориентация связанной с подвижным объектом системы координат относительно геоцентрической системы координат ПЗ-90.

По координатам полученной триады взаимно ортогональных векторов составляется матрица направляющих косинусов  $C_0$ , характеризующая положение связанной с ПО СК  $OXYZ$  (причем положительное направление оси  $OX$  совпадает с направлением  $\overline{CD}$ , положительное направление оси  $OY$  — с направлением  $\overline{AB}$ , а положительное направление оси  $OZ$  — с направлением  $\overline{a}$ ) относительно геоцентрической СК  $O_{ПЗ}X_{ПЗ}Y_{ПЗ}Z_{ПЗ}$ :

$$C_0 = \begin{vmatrix} c_{11}^0 & c_{12}^0 & c_{13}^0 \\ c_{21}^0 & c_{22}^0 & c_{23}^0 \\ c_{31}^0 & c_{32}^0 & c_{33}^0 \end{vmatrix}, \quad (22)$$

где

$$c_{11}^0 = \frac{l_2}{\sqrt{l_2^2 + m_2^2 + n_2^2}}; \quad c_{21}^0 = \frac{m_2}{\sqrt{l_2^2 + m_2^2 + n_2^2}};$$

$$c_{31}^0 = \frac{n_2}{\sqrt{l_2^2 + m_2^2 + n_2^2}}; \quad c_{12}^0 = \frac{l_1}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2 + n_1^2}};$$

$$c_{22}^0 = \frac{m_1}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2 + n_1^2}}; \quad c_{32}^0 = \frac{n_1}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2 + n_1^2}};$$

$$c_{13}^0 = \frac{(m_2 \cdot n_1 - n_2 \cdot m_1)}{\sqrt{(m_2 \cdot n_1 - n_2 \cdot m_1)^2 + (l_2 \cdot n_1 - n_2 \cdot l_1)^2 + (l_2 \cdot m_1 - m_2 \cdot l_1)^2}};$$

$$c_{23}^0 = \frac{(l_2 \cdot n_1 - n_2 \cdot l_1)}{\sqrt{(m_2 \cdot n_1 - n_2 \cdot m_1)^2 + (l_2 \cdot n_1 - n_2 \cdot l_1)^2 + (l_2 \cdot m_1 - m_2 \cdot l_1)^2}};$$

$$c_{33}^0 = \frac{(l_2 \cdot m_1 - m_2 \cdot l_1)}{\sqrt{(m_2 \cdot n_1 - n_2 \cdot m_1)^2 + (l_2 \cdot n_1 - n_2 \cdot l_1)^2 + (l_2 \cdot m_1 - m_2 \cdot l_1)^2}}.$$

Угловое положение ПО относительно системы координат ПЗ-90 определяется углами курса  $\psi$ , тангажа  $\gamma$  и крена  $\vartheta$ , которые через направляющие косинусы можно представить в виде:

$$\psi = \arctg \frac{-c_{31}}{c_{11}}; \quad \vartheta = \arcsin(c_{21}); \quad \gamma = \arctg \frac{-c_{23}}{c_{22}}.$$

Комплексирование углов ориентации, определяемых по данным БИНС и СРНС, осуществляется методом наименьших квадратов, аналогично тому, как это делается для координат и скоростей.

Таким образом, уравнения (1)–(22) представляют собой математическую модель системы инерциально-спутниковой системы топопривязки. Рассмотренная система может работать и в случае отсутствия спутникового сигнала, однако в этом случае долготу необходимо определять астрономическими методами или по карте местности.

### Литература

1. Емельянцева Г.И., Степанов А.П. Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации / под общей редакцией акад. РАН В.Г. Пешехонова. — СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2016. 394 с.
2. Ориентация и навигация подвижных объектов: современные информационные технологии / Под ред. Б.С. Алешина, К.К. Веремеенко, А.И. Черноморского. — М.: ФИЗМАТЛИТ. 2006. 424 с.
3. Белянин Л.Н., Дмитриев В.В., Ву Д.К. Алгоритмы вычислений в системе аналитического гирокомпасирования с вращающимся датчиком угловой скорости // Современные наукоемкие технологии. 2018. № 6. С. 25–33.
4. Грязев М.В., Смирнов В.А., Соловьев А.Э., Чуков А.Н. Навигационные системы перспективных комплексов артиллерийской разведки (выбор способа гирокомпасирования и оценка его погрешности) // Известия Российской академии ракетных и артиллерийских наук. 2021. № 1 (116). С. 94–100.
5. Плотников П.К. О сопоставлении уравнений движения и свойств корректируемого гирокомпаса с алгоритмами функционирования и свойствами его платформенно-компьютерного аналога // Вестник СГТУ. 2011. № 4 (60). Выпуск 2. С. 151–156.
6. Paul G. Savage. Strapdown analytics. Part 1 // Strapdown associates, Inc Maple Plain, Minnesota, 2000. 817 p.
7. Salychev O. Applied Inertial Navigation: Problems and Solutions / O. Salychev. — М.: BMSYU Press, 2004. 304 p.
8. Челноков Ю.Н. Кватернионные модели и методы динамики, навигации и управления движением. — М.: Физматлит, 2011. 560 с.
9. Челноков Ю.М. Определение местоположения и ориентации подвижных объектов по показаниям чувствительных элементов БИНС посредством решения на бортовом вычислителе кватернионных уравнений движения гироскопических систем // Известия РАН. Механика твердого тела. 1991. № 4. С. 3–12.
10. Шебшаевич В.С., Дмитриев П.П., Иванцевич Н.В. и др. Сетевые спутниковые радионавигационные системы. Под ред. В.С. Шебшаевича. 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Радио и связь. 1993. 408 с.
11. Прохорцов А.В. Методы определения параметров ориентации подвижных объектов по сигналам спутниковых радионавигационных систем // Известия ТулГУ. Технические науки. — Тула: Изд-во ТулГУ, 2013. С. 258–267.
12. Прохорцов А.В. Способы определения параметров ориентации с помощью спутниковых навигационных систем. Монография. — Тула: Изд. ТулГУ, 2013. 80 с.
13. Прохорцов А.В., Савельев В.В. Основы функционирования спутниковых навигационных систем: учебное пособие с грифом УМО в области приборостроения и оптоэлектроники. — Тула: Изд. ТулГУ, 2014. 104 с.
14. Богданов М.Б., Савельев В.В., Сухинин Б.В. и др. Интерферометрический метод определения параметров ориентации ЛА. Полет, № 11, 2007. С. 45–47.
15. Прохорцов А.В. Метод повышения точности определения параметров ориентации путем совместной обработки сигналов БИНС и приемной аппаратуры СНС с применением одной антенны по сигналам трех и более навигационных спутников // Известия Института инженерной физики. — Серпухов. 2018. № 3. С. 31–36.
16. Соловьев А.Э., Смирнов В.А. и др. Навигационные системы управляемых ракет ближней тактической зоны: методы определения параметров ориентации по сигналам спутниковых навигационных систем. Учебное пособие. — Тула: Изд. ТулГУ, 2022. 105 с.